

ЗАЛА 18

ШКАФЪ

ПОЛКА

№ 66.

h
c

ІОАННА ФРИДЕРИКА
ВЕЙДЛЕРА
АРИΘΜΕΤΙΚΑ.

ПЕРЕВОДЪ СЪ ЛАТИНСКАГО.

Изданіе Второе,

*Исправленное и умноженное многими нуж-
ными прибавленіями.*



МОСКВА.

Въ Типографіи Компаніи Типографической,

1787.



НАСТАВЛЕНІЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ
ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЯ,

ИЛИ

ОПИСАНІЕ ВООБЩЕ

О

МАТЕМАТИКЪ

И

ЕЯ ЧАСТЯХЪ

И О СПОСОБѢ

Математическомъ.

§. 1.

Коликимъ (Quantum) называется всякая вещь, которая увеличена и уменьшена бытъ можетъ.

§. 2.

Содержаніе (Ratio) есть взаимное отношеніе между собою коликихъ одинакаго роду, въ разсужденіи количествъ.

§. 3.

Количество (Quantitas) есть опредѣленное содержаніе коликихъ одинакаго роду. На пр. когда число сравнивается съ единицею, и опредѣляется, сколько оно сію въ себѣ содержишь: то чрезъ сіе количество числа познается. Или, когда прямая линія извѣстной длины принимается за единицу, и сравнивается съ другою большею прямою жъ линіею. Ибо количество большей линіи опредѣляется тѣмъ, когда извѣстно будетъ, сколько разъ большая линія содержишь въ себѣ меньшую.

А 2

§. 4.



§. 4.

И такое изслѣдованіе содержанія вещей коликихъ, *измѣреніемъ* (Mensio), а само меньшее коликое, которое сравнивается съ большимъ, *мѣрою* (Mensura) шого называется.

§. 5.

Науки, кои показываютъ сравненіе и измѣреніе вещей коликихъ, вообще называются *наставленія Математическія* (Institutiones matheaeos) или *Математика* (Mathesis) *есть наука о количествахъ*; и кажется, что сіе общее имя науки, какъ для древности, такъ и для точнаго доказательства всякой истинны, дано тѣмъ наукамъ, и соблюдено было ошъ потомковъ.

§. 6.

А какимъ образомъ раздѣлять Математическія науки, въ разсужденіи самой вещи, которая въ нихъ преподается, то показываетъ разсматриваніе самой вещи. Ибо два только суть рода коликихъ. Нѣкоторыя изъ нихъ состоятъ изъ частей между собою не соединенныхъ, или раздѣльных; а другія изъ частей соединенныхъ. Въ разсужденіи первыхъ, *количество раздѣльное* (Quantitas discreta), или *число* (Numerus) и *множество* (Multitudo); а въ разсужденіи послѣднихъ, *количество непрерывное* (Quantitas continua), или *протяженіе* (Extensio) и *величина* (Magnitudo) называется.

§. 7.

О количествахъ раздѣльномъ, или числѣ, (1) *Арифметика* (Arithmetica); о количествахъ жъ непрерывномъ, или протяженіи, (2) *Геометрія* (Geometria) толкуетъ. Изъ сихъ двухъ частей состоятъ *Математика чистая* (Mathesis pura), въ которой преподаются собранныя изъ подобій вещей, и ошъ матеріи отдѣленныя всеобщія понятія коликихъ.

§. 8.

И такъ къ Математикѣ чистой принадлежитъ также (3) *Арифметика всеобщая* (Arithmetica universalis)

ialis), или *Аналитика* (Analylis); поколику въ ней показывается способъ находить коликія, помощію сравненія и общаго исчисленія. Сію на концѣ положишь за благо разсуждено для того, дабы разумѣ нашѣ, будучи на передѣ нѣсколько въ силу приведенѣ, и укрѣпленѣ знаніемъ Математическихъ истиннѣ, могѣ и скорѣе понимать способы ея, и употреблять оныя въ свою пользу съ лучшимъ успѣхомъ.

§. 9.

Но какѣ Математика, во первыхъ способствуетѣ къ распространенію и извѣненію естественной науки, пошому, что количество есть свойство всѣмъ тѣламъ общее; того для давно уже на сей конецъ какѣ Египціане, такѣ и Греки въ ней упражнялись. И такѣ опшуда получила свое начало *Математика смѣшанная* (Mathesis applicata five mixta), которая нѣкоторыя главы Физики, помощію чистой Математики, въ видѣ науки обращенныя, въ себѣ содержитѣ. Такимъ образомъ Геометрія, употребленная въ помощь для измѣренія линіи, или лучей свѣта, произвела (4) *Оптику* (Opticam), которая, по причинѣ шрѣлкаго различія свѣта, составляетѣ также три части, то есть, *Оптику* (Opticam), собственно такѣ названную, о прямыхъ лучахъ свѣта; *Катоптрику* (Catoptricam), обѣ отраженныхъ, и *Диоптрику* (Dioptricam) о преломленныхъ лучахъ. шавже Оптика, будучи соединена съ началами Арифметики, Геометріи и особенными опытами, полагаетѣ основанія (5) *Астрономіи* (Astronomiae), или наукѣ о движеніи, величинѣ и разстояніи звѣздъ, и о взаимныхъ ихъ положеніяхъ. Изъ Астрономіи жѣ выводятся главнѣйшія начала, нужныя для измѣренія земли, то есть, для сочиненія (6) *Географіи* (Geographiam), и другія истинныя, кои служатѣ для измѣренія и раздѣленія времени; откуда (7) *Хронологія* (Chronologia) и (8) *Гномоника* (Gnomonica) получили свое начало.

чало. Равнымъ образомъ чрезъ Ариѣметику и Геометрію, наука о движеніи и тяжести шѣлъ исправляется, и получаетъ приращеніе; по чему Математика смѣшенная содержитъ въ себѣ также и (9) *Механику* (Mechanicam), или общую науку о движеніи тяжелыхъ шѣлъ; также (10) *Идростатику* (Hydrostaticam), или специальную науку о сысканіи вѣсу, какъ жидкихъ, такъ и твердыхъ шѣлъ, которыя поверхъ жидкаго шѣла или плаваютъ, или въ ономъ утоняются, и (11) *Аерометрію* (Aërometrigiam), или *Аеростатику* (Aërostaticam), о измѣреніи жидкаго воздушнаго шѣла, и (12) *Иdraulику* (Hydraulicam), которая принадлежитъ особливо до движенія и возвышенія жидкихъ шѣлъ. Наконецъ, если къ доводамъ чистой Математики присовокуплены будущъ другія, кои или Механика, или опытъ въ томъ родѣ производятъ, составляются изъ того Архитекторскія науки, то есть, (13) *Архитектура Гражданская* (Architectura civilis), и (14) *военная* (Militaris), изъ коихъ одна показываетъ, какъ украшать городъ строеніями; а другая, какъ защищать и укрѣплять оной противъ непріятельскаго нападенія.

§. 10.

И такъ изъ показанныхъ четырнадцати частей состоитъ цѣлая Математика, какъ чистая, такъ и смѣшенная. Ибо *Тригонометрія плоская и сферическая*. (Trigonometria plana, & sphaerica) составляютъ особливныя главы въ Геометріи о исправномъ рѣшеніи плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ, такъ что зная при части треугольника, можно будетъ сказать и прочія. *Музыка жъ* (Musica) опускается, которая еще въ древнія времена отъ послѣдователей Пифагоровой Философіи причислена была къ Математическимъ наукамъ. См. коммент. Прокл. къ Евклид. стран. 11. издан. на Греч. язык. въ Василевѣ I. Герват. Ибо она немногія токмо начала заимствуетъ изъ Ариѣметической науки о пропорціяхъ,

порціяхъ, но болѣе въ томъ способствуешь разумъ и остроша мастера, которой умѣешь многими разными образами перемѣшивашъ пріятные звуки.

§. II.

Исторія о математикѣ кратко предложена быть не можетъ. Чего для объ оной при началъ каждой части весьма пристойно и упоминается. Прочее жъ въ самомъ преподаваніи вездѣ дополняется приведеніемъ изобрѣшеній Математиками учиненныхъ. Однако здѣсь надлежитъ упомянуть о томъ, что мы ни чего извѣстнаго не имѣемъ объ Авторехъ и первыхъ изобрѣшателяхъ Математики. Греческіе писатели свидѣтельствуютъ, что Египтяне и Халдеи еще въ древнія времена знаніемъ сихъ наукъ славны были, и сказываютъ, что они изобрѣли Геометрію, когда mezi полей, отъ ежегоднаго наводненія рѣки Нила, въ не-порядокъ приведенныя, возобновлять старались. См. Геродотъ. книг. 2. стран. 68. Стеф. Прокл. кн. 100. стран. 19. Но сіи, то есть, Халдеи занимались паче на блюденіемъ звѣздъ, и изобрѣшеніемъ Астрономіи похвалу себѣ заслужили. См. Діодор. Сицил. Библиот. истор. кн. 2, гл. 3. Отъ Египтянъ же, *Валесъ* и *Пявагоръ*, въ началъ шестаго вѣка, прежде Эры Христіанской, перенесли Математическія науки въ Грецію, копорыя привели Греки въ лучшей порядокъ, и умноживъ оныя, письменно предали потомкамъ. Въ чемъ сверхъ прочихъ Александрійскіе Математики, и ихъ ученики, *Эвклидъ*, *Аполлоній*, *Архимедъ*, *Гиппархъ*, *Тесдосій*, *Птоломей*, *Диофантъ*, *Теонъ*, *Евтоцій*, *Паппъ*, и другіе похвалу себѣ заслуживаютъ. Въ Александрійской школѣ сіи науки послѣ Рождества Христова нѣсколько еще вѣковъ процвѣтали, пока отъ нападенія Араповъ любители тѣхъ наукъ не разбѣжались по разнымъ мѣстамъ. Между тѣмъ и сами Арапы любили Математическія науки, и по тому славнѣйшія Грековъ сочиненія перевели они на свой языкъ, и распространили оныя до Европейцовъ, пре-

де, нежели симъ извѣстны были Греческія сочиненія. Но наконецъ Европейцами, послѣ того, какъ у нихъ возстановлены были науки, вся Математика, по разсмотрѣніи природныхъ сей наукъ источниковъ, чуднымъ образомъ исправлена была, и множайшими дополненіями умножена такъ, что нынѣ совсѣмъ новой видъ имѣетъ. Впрочемъ исторію о древней Математикѣ обстоятельнѣе можно знать изъ книгъ Діогена Лаерція о жизни *Философовъ*, а особливо изъ *Θαλеса* и *Πιθαгора*, также изъ вышепомянутыхъ *Прокла* *Διάδοχα* комментш. на первую книгу *Эвклидову*. Между новѣйшими жъ объ оной вообще знаютъ дающі, *Петръ Рамъ школь Математ.* кн. 1. *Юс. бланканъ вѣ Хронологіи Математиковъ.* Г. I. *Воссій вѣ практѣ о свойствѣхъ и учрежденіи Математики*, и *К. Ф. Милліетъ Дешале вѣ практш. о приращеніи Математики и о славныхъ Математикахъ* том. I. *Матем. курс.*

§. 12.

Порядокъ, которой имѣютъ и наблюдаютъ училища Математики, какъ вѣ доказательствѣ истиннѣ такъ и вѣ сочиненіи наукъ, называется *Математическимъ способомъ* (*Methodus Mathematica*). Вся сила сего порядка состоитъ вѣ томъ, чтобъ дѣлать начало отъ первыхъ и самыхъ легчайшихъ понятій о вещахъ коликихъ, и отсюда выводитъ первыя истинны; а изъ сравненія и соединенія сихъ между собою, находишь новыя втораго роду предложенія, и все вѣ самомъ преподаваніи располагаешь такъ, чтобъ начала послѣдующихъ предложеній содержались вѣ предѣидущихъ. О которомъ способѣ разсуждая *Цицеронъ*, вѣ кн. 5. гл. 28. о концѣ добра и зла, говоритъ: *въ Геометріи, еслии допустить первое: то уже все допускать должно.*

§. 13.

Чтобъ соотвѣтствовать законамъ сего правила: то надлежитъ, какъ сказано, производить начало отъ первыхъ о вещахъ понятій, вѣ разсужденіе при-

нимаемыхъ, и о томъ прилѣжно стараться, дабы оныя надлежащимъ образомъ изображаемы были, и никакому сомнительству и шемношъ не подлежали: и какъ различія понятій во первыхъ обстоятельно изъяснилъ Лейбницій *Act. erud.* 1684. год. стран. 537; того ради объ оныхъ нѣчто здѣсь объявить можно. *Понятіе* (*notio*) есть представленіе, или воображеніе вещи въ умѣ. То понятіе называется *яснымъ* (*clara*), которое довольно къ распознанію какой вещи, и къ различенію оной отъ другихъ; *темнымъ же* (*obscura*) которое не довольно къ распознанію какой вещи. Но ясность понятія увеличивается цѣмъ, есмьли понятіе сверхъ того будетъ *подробное* (*distincta*) то есть, когда имѣемъ мы ясныя понятія о тѣхъ примѣтахъ кои, во время какого воображенія, намъ представляются; сему противопологается понятіе *збѣснѣвое* (*confusa*), въ которомъ не достаетъ ясныхъ понятій о тѣхъ примѣтахъ. На послѣдокъ ясность понятія бываетъ совершенная, есмьли оно сверхъ того будетъ *полное* (*adaequata*), то есть такое, въ которомъ будутъ находиться ясныя и при томъ подробныя понятія о примѣтахъ, соединяющихся для воображенія онаго; но когда ихъ не достаетъ, тогда, хотя понятіе ясное и подробное бываетъ, токмо не *полное* (*inadaequata*) отъ Лейбниція называется.

§. 14.

Изъясненіе о понятіяхъ въ Математикѣ содержатъ *опредѣленія* (*Definitiones*), которыя во всякой наукѣ занимаютъ первое мѣсто. Какая жъ какого Математическаго опредѣленія сила должна быть, о томъ изъ вышесказаннаго ясно знать можно. То есть, стараться надлежитъ, чтобъ о всякой вещи, которая принимается въ разсужденіе совершенныя, ясныя, подробныя, и сколько можно, полныя понятія дѣланы были. Опредѣленія суть двоякаго рода: одно *опредѣленіе имени* (*Definitio nominalis*), въ которомъ исчисляются знаки, довольные для различія вещи

вещи ошѣ другихѣ; другое *опредѣленіе вещи* (*Definitio realis*), въ кошоромѣ показывается начало вещи, ошѣ котораго свойство ея зависить. Обоего рода опредѣленія составляющіяся, разсуждая прилѣжно какѣ общія, такѣ и собственныя свойства вещей, понеже изѣ оныхѣ выводиться понятіе о родѣ, а изѣ сихѣ о видѣ, или различіи *спеціальному*. Но какѣ видѣ яснѣе разумѣть можно, естли способѣ, чрезѣ которой вещь получила бышіе, будетѣ извѣстенѣ; того ради надлежитѣ имѣти стараніе о томѣ, чѣобѣ обѣ ономѣ ежели можно, понятіе приобрѣсѣ. Чѣто въ Математическихѣ доводахѣ лучше, нежели въ другомѣ мѣстѣ обыкновенно удастся. Гдѣ жѣ происхожденія вещи со всѣмѣ узнать не можно: то въ такомѣ случаѣ довольно только имѣти свойства ея извѣстныя, и опредѣленіе, которое изъясняетѣ оныя свойства и существенныя качества, между тѣмѣ почитается за опредѣленіе вещи. См. Борров. Матем. Лекц. 7 стран. 309.

§. 15.

За опредѣленіями слѣдуютѣ *аксіомы* (*Axiomata*), то естѣ, первыя истинны, кошорыя потчасѣ происходятѣ изѣ опредѣленій, и не требуютѣ особливаго доказательства.

§. 16.

Кѣ симѣ аксіомамѣ древніе обыкновенно присовокупляли, или напередѣ ихѣ полагали *требованія* (*Postulata*), чрезѣ кошорыя ошѣ чинашелей требовали того, дабы они понятіе, о коликихѣ въ умѣ представленные, или ошвлеченныя, по приличности чрезѣ нѣкоторое подобіе, глазами видимое, изображали. И сіе дѣлали для того, чѣобѣ не совершенства знаковѣ, или изображеній не были ошѣ нихѣ приписываемы ошвлеченнымѣ понятіямѣ, и тѣмѣ бы самымѣ не портили они доказательства. Какѣ на пр. Эклидѣ въ началѣ Элементовѣ требуетѣ, чѣобѣ можно было провести, или продолжишѣ линію. Но понеже дока-

за-

зашельство не къ не достапнымъ линеймъ, копорыя проводящся грифилемъ, но къ опвлеченнымъ и въ умъ представленнымъ, и недостапка не имѣющимъ относися, и черченіе, или изображеніе линей, или числа дѣлаешся для одной шокмо способности воображенія, и для вспоможенія вняпнѣйшаго размышленія, копорого вспоможенія познанія справедливой чашель нимало не будетъ оуждашь; шого ради слѣдуетъ, что шребованіе, безъ урону Математическаго доказательства, опущены бышь могутъ. Прокъ въ книгъ 100 въ гл. 22 объявляетъ, что шребованія прежде сего также назывались *положенія* (*hypotheses*).

§. 17.

Послѣ опредѣленій и аксіомъ слѣдуютъ *теоремы* (*Theorematata*), или истинны вшораго роду, помощію копорыхъ дѣлаешся сравненіе множайшихъ опредѣленій и аксіомъ.

§. 18.

Но какъ познаніе Математическихъ истиннъ должно бышь полезное; шого ради оныя потомъ опносящся къ рѣшенію нѣкоторыхъ пракпикъ, и шакія предложенія, копорыя учашъ сношенію истиннъ съ рѣшеніемъ какого дѣла, называющся *задачи* (*problemata*).

§. 19.

Изъ Теоремъ иногда познаваются *прибавленія* (*Confestaria*), или непосредственно слѣдующія изъ теоремъ истинны, копорыя не ушверждаются особливымъ доказательствомъ, но ясно изъ доказанныхъ уже происходятъ. Такія прибавленія могутъ присовокупляемы бышь и къ задачамъ, когда изъ предложенной пракпики другая припомъ явствуетъ. Присовокупляющся же и къ опредѣленіямъ, и шогда уподобляющся аксіомамъ.

§. 20.

Напослѣдокъ между предложеніями, о копорыхъ до сихъ мѣстъ говорено, вездѣ находящся *примѣнанія* (*scholia*), въ копорыхъ преподающся нѣкоторыя примѣ-

мѣчанія, служащія для довольнѣйшаго изъясненія сказанныхъ.

§. 21.

Сказано уже, что истинныя втораго рода пресбуютъ доказательства. А сіе состоитъ въ разсужденіи, или въ Силлогизмѣ, помощію котораго, сравнивъ между собою понятія и истинныя, какъ первыя, такъ и вторыя, прежде уже изъясненныя, и нужныя для уразумѣнія предложенія, доказывається то, что предложенная теорема справедлива, или нѣкоторая практика здѣлана надлежащимъ образомъ. Однако за ненужное почитается, чтобъ доказательства задачъ всегда въ особливости предлагаемы были. Ибо когда тѣхъ истинъ, на которыхъ утверждается справедливость дѣйствія, связь извѣстна, то довольно, если бы объ оныхъ, или въ самомъ рѣшеніи (*resolutione*) (ибо такимъ образомъ называется исчисленіе правилъ, для составленія какого дѣла и рѣшенія практики служащихъ), краешко упомянуто будешь, или для сокращенія, одни только числа тѣхъ параграфовъ, въ которыхъ содержится основанія такой практики, приписаны будутъ. См. Вейгел. Тр. о доказательствахъ Аристотелическо-Эвклидовомъ раздѣл. 3.

§. 22.

На концѣ теоремъ древніе обыкновенно прилагали слѣдующую формулу: *что надлежало доказать* (*quod erat demonstrandum*); а послѣ задачъ полагали такое заключеніе: *что надлежало здѣлать* (*quod erat faciendum*). То есть, чтобъ предложенія теоретическія и практическія различены были между собою нѣкоторымъ знакомъ; если жъ въ самомъ началѣ потчасъ упомянуто будешь объ имени теоремы, или задачи: то по справедливости выпускающія оныя заключительныя формулы.

§. 23.

Кромѣ сихъ названій, которые при толкованіи Математическихъ доводовъ употребляются, иногда
слу-

случаешься имя *Леммы* (*Lemmatis*), которая означаетъ вспомогательное, доказательствъ пребудующее предложенье, для одного, или множайшихъ слѣдующихъ предложеньй принимаемое. Изъ чего явствуетъ, что въ разсужденіи всей взятой какой науки, многія предъидущія истинны будущъ Леммы послѣдующихъ; однако между тѣмъ названіе Леммы не безприлично приписывается тому предложенью, которое не принадлежитъ къ настоящему мѣсту, но берется изъ другаго, и употребляется для уразумѣнія нѣкоторыхъ теоремъ, или задачъ. О употребленіи Леммъ древнихъ Математиковъ упоминаетъ Проклъ на стран. 58.

§ 24.

Все, что до сего мѣста еще ни было говорено о способѣ Математиковъ, во первыхъ служитъ въ числѣ Математикъ, которой содержанію свойственна такая ясность, что при истолкованіи онаго могутъ наблюдены бытъ законы обстоятельнѣйшаго и совершеннѣйшаго порядка. Но въ смѣшенной Математикѣ не рѣдко вѣчно надлежитъ опускать изъ оной строгости доказательствъ, когда по причинѣ происходящей изъ самыхъ вещей неясности не можно будетъ имѣть ясныхъ опредѣленій и аксіомъ. Чего ради, хотя и будемъ стараться о томъ, чтобъ въ оной употреблять тотъ же порядокъ, которой употребляемъ и въ чистой Математикѣ; однако иногда другія предложенія сверхъ помянутыхъ, то есть, положенія и примѣчанія надлежитъ присовокуплять къ первымъ.

§. 25.

Но положенія суть на подобіе шребованій, которыя въ сомнительной вещи выводятся изъ достовѣрныхъ признаковъ, и до тѣхъ поръ почтываются за справедливыя, пока объ оной лучшаго и извѣстнѣйшаго свѣденія не будетъ получено. Какъ на пр. въ Астрономіи принимаемъ такой видъ небснаго положенія, какой лучше приличествовать находимъ чрезъ опыты. Положенія обыкновенно называются

такъ

также произвольныя положенія, чрезъ которыхъ опредѣляются, или раздѣляются неизвѣстныя мѣры особенныхъ количествъ, какъ на пр: въ Арифметикѣ сумма десяти единицъ принимается за начальное основаніе большихъ количествъ, или, когда знакамъ чиселъ дается знаменованіе по мѣсту такъ, что одно и то же число иногда значить десятки, иногда сотни, тысячи и другія большія суммы. Или, когда въ Геометріи извѣстная величина футовъ, сажени и проч. принимается, и раздѣляется на меньшія части.

§. 26.

Примѣчанія (obseruationes) въ смѣшенной Математикѣ не что иное суть, какъ *явленія* (phenomena), или дѣйствія вещей натуральныхъ, познанныя опытами, изъ которыхъ выводятся нѣкоторыя прибавленія о свойствахъ и видѣ самой той вещи. Чего ради такія предложенія, понеже утверждаются на чувствахъ, въ наставленіяхъ смѣшенной математики, гдѣ, смотря по дѣйствіямъ, надлежитъ разсуждать о причинахъ, почитаются вмѣсто Аксіомъ, и получающъ большую ясность отъ неуспѣшнаго старанія и примѣчанія обстоятельствъ. Но пространнѣйшее изъясненіе математическаго способа учинилъ Сл. Вольфъ въ особливомъ своемъ разсужденіи, которое при началѣ начальныхъ основаній всеобщей Математики, изданныхъ на Латинскомъ языкѣ, читать можно.

О пользѣ Математики справедливо и важно разсуждаетъ Меланхтонъ къ Альфрагану. *Коль, говоритъ справедливо, со всякимъ раченіемъ склонять и поощрять добрые разумы къ Математическимъ наукамъ, коихъ познаніе и само чрезъ себя свободитъ, и принесетъ многія пользы въ жизни сей, и дѣлаетъ умы привычными къ снисканію доказательствъ, и къ любленію истины, которая добродѣтель во первыхъ по справедливости приличествуетъ ученому человеку, которой упражняется въ наукахъ и разсматриваніи важнѣйшихъ вещей.*

АРИΘΜΕΤΙΚΑ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

Содержитъ общія опредѣленія и аксіомы,
которыя выводятся оттуда.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1. **Е**диница (Unitas) есть, въ разсужденіи ко-
торой, все то, что есть, называется *однимъ*.
Или, единица означаетъ всякую вещь, которая какъ
бы одна и нераздѣльна принимается въ разсужденіи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. Число (Numerus) есть множество изъ еди-
ницъ составленное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. *Ариѳметика* (Arithmetica) есть наука о
сравненіи чиселъ, и отсюда происходящихъ разныхъ
ихъ свойствъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 4. Ариѳметика раздѣляется на *теоретическую*
(Theoreticam) и *практическую* (Practicam); *теоре-*
тическая показываетъ свойства чиселъ сравненныхъ,
а *практическая* употребленіе оныхъ при рѣшеніи раз-
ныхъ задачъ; или, *практическая Ариѳметика* есть
способъ, показывающей исправное и сокращенное упо-
требленіе чиселъ.

ПРИМІЧАНІЕ.

§. 5. Объ вмѣстѣ толкующая въ сихъ наставленіяхъ
какъ для того, понеже удобнѣе дѣлается рѣшеніе задачъ,
есть.

еслии бываетъ сношеніе съ вышеобъявленными началами, такъ и для того, понеже практика дѣлаетъ теорію увелечительнѣе. Впрочемъ Арифметика должна имѣть первое мѣсто между математическими науками, поелику и величина, такъ какъ множество частей, разсуждается и числами изображается бытъ можеть, и слѣдовательно польза науки исчисления весьма пространно разливается по всей математикѣ.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е V.

§. 6. *Равныя* (Aequalia) суть, которыя, въ разсужденіи количесва, точно сходствуютъ между собою. Такія количества впродѣ означаются будущъ двумя параллельными линіями \parallel . *Неравныя* (Inequalia) суть, которыя между собою разнствуютъ величиною, то есть, когда часть одного равняется другому цѣлому.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е VI.

§. 7. *Большее* (Maius) есть, котораго часть равна другому цѣлому. *Меньшее* (Minus) есть, которое равняется части другаго. Знакъ большинства (Majoritatis) есть $>$, а меньшинства (Minoritatis) $<$.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е VII.

§. 8. *Подобныя* (Similia) называются, коихъ знаки, по которымъ они различаются, сходствуютъ, такъ что распознаны бытъ не могутъ, еслии самымъ дѣломъ не будутъ сравнены между собою. Напр. пропорціональныя числа 1 къ 2 и 3 къ 6, которыя имѣютъ одинакой знакъ своего содержанія, могутъ назваться подобными, ибо въ обоихъ мѣстахъ есть двойное содержаніе. Знакъ подобныхъ есть ∞ .

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е VIII.

§. 9. *Число измѣрять число* (Numerus numerum metiri) называется, когда меньшее число, нѣсколько разъ взятое, равно бываетъ большому числу.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 10. *Часть* (Pars) есть число числа, или меньшая доля большаго количества. Есть или *нѣсколькая* (Aliquota), которая, нѣсколько разъ взятая, измѣряетъ большее количество, и оному равняется; или *нѣколикая* (Aliquantae), которая не измѣряетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 11. *Цѣлымъ* (Totum) называется количество, относительно къ частямъ, кои оно въ себя содержитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 12. *Подобныя части нѣсколькія* (Similes partes aliquotae) суть, кои равно измѣряютъ свои цѣлыя; или которыя въ своихъ цѣлыхъ нѣсколько разъ содержатся по равну. На пр. 2 и 3 суть подобныя части чиселъ 4 и 6, по колику кажды изъ нихъ дважды содержится въ своемъ цѣломъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 13. *Подобныя части нѣколикія* (Similes partes aliquantae) суть, изъ коихъ одна содержится въ себѣ столькоже, сколько другая, нѣсколькихъ частей своего цѣлаго. На пр. части 4 и 6, будучи сравнены съ 10 и 15, суть подобныя. Ибо хотя ни одна изъ нихъ не измѣряетъ соотвѣствующаго цѣлаго; однако каждая содержитъ въ себѣ двѣ подобныя нѣсколькія, тоестъ, пятья части цѣлаго, къ которому относится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 14. *Сокѣримыя* (Commensurabiles) количества суть тѣ, которыя измѣряетъ общая мѣра; *несокѣримыя* (incommensurabiles) суть, коихъ не измѣряетъ общая мѣра (§. 196. Геом.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 15. *Равное* (par) число есть, которое содержитъ въ себѣ два равныя цѣлыя. *Нервное* (impar)
Б *par*

par) есть, которое единицею разнствуетъ отъ ровнаго.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XV.

§. 16. *Ровно ровное* (pariter par) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ ровное. *Ровно неровное* (pariter impar) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ неровное. *Неровно неровное* (impariter impar) есть, которое измѣряется неровнымъ чрезъ ровное.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XVI.

§. 17. *Первое число* (primus numerus) есть, которое измѣряется одною единицею; *сложное* (compositus), которое измѣряется другимъ числомъ, кромѣ единицы.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XVII.

§. 18. *Первыя между собою* (primi inter se) числа суть, которыя не имѣютъ общей мѣры, кромѣ единицы. На пр. 8 и 15. *Сложныя между собою* (compositi inter se) числа суть, которыя имѣютъ общую мѣру, кромѣ единицы. На пр. 9, 12, 15, всѣ имѣютъ одну мѣру 3.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XVIII.

§. 19. *Число совершенное* (Numerus perfectus) есть, которое равно всѣмъ своимъ мѣрамъ. На пр. $6 = 3 + 2 + 1$. своимъ частямъ. Такіяжъ суть 28, 496, 8128. и проч. *Способъ, какъ находить совершенныя числа, показываетъ Евклидъ IX. 36. См. притомъ Мерсен. предувѣд. мѣн. физико. Матем. Нум. 9. и Таквст. Ариф. кн. III. стран. 119.* Изъ показанныхъ опредѣленій происходятъ слѣдующія

А К С І О М Ы.

- I. §. 20. *Единица измѣряетъ всякое число чрезъ единицы, кои въ немъ находятся.*
- II. §. 21. *Всякое число измѣряетъ само себя чрезъ единицу,*

- II. §. 22. Тоже количество равно самому себѣ.
- IV. §. 23. Равныя между собою могутъ перемѣняться, и одно на мѣсто другаго поставлено быть можетъ.
- V. §. 24. Количества, равняющіяся одному третьему, равны между собою. (Таже Аксіома служитъ и въ разсужденіи подобныхъ количествъ, которыя, когда сходятся съ однимъ третьимъ: то сходятся и между собою).
- VI. §. 25. Ежели къ равнымъ придашь равныя: то равныя и происходятъ.
- VII. §. 26. Ежели отъ равныхъ отъбимешь равныя: то равныя и остаются.
- VIII. §. 27. Изъ неравныхъ одно больше, а другое меньше.
- IX. §. 28. Цѣлое есть больше всякой своей части.
- X. §. 29. Цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ.
- XI. §. 30. Тѣ числа равны, кои суть одинакія части тогожъ числа; на пр. половинныя, третія, и проч. Тѣ числа равны, кои суть одинакія части равныхъ чиселъ.
- XII. §. 31. И тѣ количества, коихъ одинакія нѣсколькія части равны между собою; или, коихъ на равныя числа умноженныхъ произведенія равны, суть равны между собою.

ХІІІ. §. 32. Число, которое есть мѣрою другаго числа, измѣряетъ и всѣ другія, коихъ мѣрою есть то другое число.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

О исчисленіи, сложеніи, вычитаніи, умноженіи и дѣленіи чиселъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ ХІХ.

§. 33. *Исчисленіе (Numeratio)* есть способъ изображать числа пристойными знаками, и выговаривать оныя извѣстными именами.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 34. Въмѣсто знаковъ чиселъ, принимающія общіе десять 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, изъ которыхъ первые девять, щитая отъ одного до девяти, означаютъ первые суммы единицъ, а послѣдней знакъ, которой *нулемъ* (Cifra, vel zerus) называется, хотя одинъ онъ и не означаетъ никакой суммы; однако, будучи приданъ къ другимъ знакамъ отъ правой руки, увеличиваетъ знаменованіе и силу оныхъ, какъ о томъ послѣ сего изъяснено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Знаки, для означенія чиселъ, прежде сего многіе народы брали изъ азбучныхъ литеръ. Однако Римляне означали первыя единицы чешырьмя прямыми линиями, I, II, III, IIII. будто бы столькими пальцами; пять же единицъ на подобіе руки V, а десять на подобіе удвоенной руки X изображали. Прочіе знаки, кои въ употребленіи были у Римлянъ C, L, cl, l, изъ начальныхъ литеръ сошень и тысячъ знаками являлись. Между тѣмъ, понеже употребленіе такихъ знаковъ весьма не способно было: то они, для сложенія и вычитанія большихъ суммъ, употребляли щитную доску съ гвоздиками, которую, кромѣ другихъ, описываетъ М. Вельсеръ въ коммент. Август. сочин. стран.

221. О началѣ жѣ общихъ знаковъ ученые люди имѣютъ не одинакое мнѣніе. Нѣкоторые почитаютъ изобрѣтателями оныхъ Индѣйцовъ, или Араповъ. Максимъ Планудій Грекъ, XIII вѣка писатель, коего находится въ свѣтѣ книга *εἰς τὴν κατ' ἰνδὸς μετὰλη Ψηφίη*, которую я нашелъ въ Оксфуртѣ между книгами MS. отъ Кромвелла въ библиотеку Бодлеянскую подаренными числомъ 297 въ толкованіи Арифметики употребляетъ общіе, знаки, и не сомнѣвается изобрѣщеніе оныхъ приписывать Индѣйцамъ. Но понеже отъ Араповъ оныя знаки получили Европейцы около одиннадцатаго, какъ можно вѣрить, вѣка: то потому и называются они Арабскими. Валлизій том. II. сочин. спран. 16, думаетъ, что Гербертъ Флорентинецъ, которой напослѣдокъ былъ подъ именемъ Сильвестра, II. Папы Рим. отъ сотвор. міра 999. года, перевезъ оныя знаки отъ Сарацынъ къ Европейцамъ. Сами Арапы утверждаютъ, что сіи знаки произошли отъ круга, на четыре четверти раздѣленнаго. См. КИРХЕР. Арифметолог. спран. 42. БАЙЭРЪ, Сл. Пешербургской Академикъ, въ шракш. о запискѣ Китайскомъ, спран. 50. думаетъ, что оныя знаки отъ Китайцовъ къ Индѣйцамъ, а отъ сихъ къ прочимъ народамъ перешли. Иные сравниваютъ изображенія оныхъ съ первыми Греческими литерами, въ такомъ порядкѣ поставленными α. β. γ. δ. ε. σ. ζ. η. θ. ο. понеже они сходствуютъ съ сими литерами, и потому изобрѣщеніе числительныхъ знаковъ приписываютъ Грекамъ, и утверждаютъ, что сіи опшуда, съ самою наукою исчисления, перешли къ восточнымъ народамъ. См. Гуген. доказ. Евангел. предл. IV. гл. 13. спран. 252. приномъ егожъ соч. гл. 48. И сіе мнѣніе кажется вѣрояно, понеже подобные знаки находятся и въ самыхъ древнихъ писателяхъ. Самъ я нашелъ въ Алотелезманихъ Павла Александрійскаго, которая въ IV. вѣкѣ писана, нѣкоторые знаки, какъ то, три, шесть и девять, а больше того нашелъ въ рукописной книгѣ Ранцовіановой; но перемѣнилъ издатель книги Андр. Шато. См. примѣч. его. Спран. 2. Десять же знаковъ употребляемымъ весьма подобныхъ исчисляетъ и за изобрѣщеніе Пифагорейцовъ почитаетъ; употребленіе, оныхъ въ Арифметикѣ описываетъ

Боевой въ Геом. какіе знаки можно видѣть не токмо въ древней сего сочиненія книгѣ МС, которая находится въ библиотекѣ Альсторфинской, но и въ первомъ изданіи соч. Боев. которое вышло въ Венеціи 1492 год. въ листѣ. Впрочемъ сіи знаки употребляютъ по всему востоку, у Персовъ, Могольцовъ, Татаръ и у Кипайцовъ, такъ какъ я сіе въ особливої диссертаціи, объ общихъ знакахъ чиселъ, изданной 1727. год. доказалъ. О употребленіи жъ сихъ знаковъ у Европейцовъ, пишутъ КОНРИНГ. d. diplom. Lindaviens. стран. 318 и Мабиллонъ de re diplomatica. кн. II. гл. 28. ВАЛЛИЗ. и Луффкийъ in Lowthorpi epit. transact. Angl. кн. I. стран. 107, и слѣд. Вирочемъ, что принадлежишь до объясненія исторіи Ариеменики, и что о знашійшихъ ея писателяхъ, какъ древнихъ, такъ и новѣйшихъ объявить надлежишь, о всемъ помѣ въ лекціяхъ пространнѣе упомянуто будешь.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 36. Въ исчисленіи большихъ чиселъ первымъ основаніемъ есть *десятокъ* (Decas), которой естли десять разъ повшоренъ будетъ: то происходитъ *сто* (Centum), и изъ сотни, десять разъ взятой, дѣлается *тысяча* (Mille), потомъ десять тысячъ, сто тысячъ, тысяча тысячъ, или *милліоны* (Milliones) слѣдуютъ; также десятки, сотни, тысячи милліоновъ, и десятки, сотни и тысячи тысячъ милліоновъ, *билліоны* (Billiones), милліоны билліоновъ, *трилліоны* (Trillions); милліоны трилліоновъ, *квадрилліоны* (Quadrillions), и такъ далѣе, называются.

ПРИВАНІЕ.

§. 37. Изъ чего явствуетъ, что въ исчисленіи всегда наблюдается десятирное содержаніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 38. Но самымъ дѣломъ видно, что такое исчисленіе по сложеннымъ десяткамъ есть положительное (къ принятію котораго, какъ видно, подали случай десять пальцевъ обѣихъ рукъ Випрв.). Убо вольно было принять какую нибудь сумму, состоящую изъ не многихъ

гихъ единицъ, за начало и первое основаніе. Тоже самое другіе изъяснили примѣрами. Ерг. Вейгелій изобрѣлъ Ариеметическую шестрактику, и по четьремъ считашъ научилъ. Въ Аришологистикѣ спран. 363. и Матем. философ. спран. 175. Лейбницій отъ двухъ начинаеть ичисленіе, о которой Ариеметической Диадикѣ См. Histoire de l'Acad. R. des Sc. 1703 год. спран. 71. и Memoires того жъ года спран. 105. Вуветъ Іезуита Французской, которой нѣсколько времени былъ въ Пекинѣ въ Китайскомъ Государствѣ, думалъ, что сей счетъ по двумъ служитъ для исполкованія загадки древняго Китайскаго Царя и Философа Фогм, въ которой цѣлыя линіи съ половинными различно перемѣшиваются. Но напоследокъ Байеръ въ кабинетѣ Китайскомъ кн. 2. спран. 96. и слѣд. показалъ, что сходяще съ истинною сіе, что Китайцы, чрезъ цѣлыя и половинныя линіи различно соединенныя, хотѣли показати множество соединеній вещей не многихъ, и симъ опытомъ дошли они до изображенія простыхъ своихъ знаковь. Объ обоихъ счетахъ пространно сказано въ Диссерш. о превосходствѣ Декадической Ариеметики, чѣмъ она превосходитъ Текрактику и Диадикъ, и о додекадическомъ счетѣ.

П О Л О Ж Е Н І И 3.

§. 39. Чтобъ правильно изображать всякое множество вещей десятию оными знаками: то надлежитъ начинать отъ единицъ съ правой руки, а прочія суммы десятковъ, сотенъ, тысячъ, и другія продолжающіяся къ лѣвой рукѣ, означать знаками, по порядку другъ за другомъ слѣдующими. Такимъ образомъ Ариеметисты подражаютъ обыкновенію писать восточныхъ народовъ, кои отъ правой руки къ лѣвой пишутъ литеры. Что все изъ положеннаго примѣра яснѣе разумѣть можно.

Единицы. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Десятки. 10. 20. 30. и проч.

Сотни. 100. 200.

Тысячи. 1000. 2000.

Д. тысячи. 10, 000. 20, 000.

С. тысячъ. 100, 000. 200, 000.

Милліоны. 1000, 000. 2000, 000.

Д. милліоновъ. 10, 000, 000.

С. милліоновъ. 100, 000, 000.

Т. милліоновъ. 1000, 000, 000.

Д. п. милліоновъ. 10, 000, 000, 000.

С. п. милліоновъ. 100, 000, 000, 000.

Билліон. 10 0, 000, 000, 000.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 40. Наблюдая сіе правило, всякой знакъ единицы получаетъ знаменованіе десятка, сотни, тысячи и всякаго другаго числа, смотря по мѣсту, больше, или меньше, къ лѣвой рукѣ отдаленному.

З А Д А Ч А I.

§. 41. Написать всякое число.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Начиная отъ единицъ, и отъ оныхъ поступая къ лѣвой рукѣ, пиши сотни, тысячи, десятки тысячъ, сотни тысячъ, милліоны, и наноси докъ всѣмъ суммы, кои требуются написать.
2. Гдѣ жъ одного, или больше классовъ въ срединѣ находящихся, не дано будетъ положительнымъ числомъ, тамъ надлежитъ написать одинъ нуль, или больше. Сіи правила явствуютъ, безъ дальняго доказательства, изъ полож. 3. (§. 39.). На пр. требуется написать слѣдующую сумму: шесть сотъ пятьдесятъ четыре тысячи, сто восемьдесятъ девять: то оную будутъ изображать слѣдующіе знаки: 654, 189.

З А Д А Ч А II.

§. 42. Выговорить всякое число своими именами.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Раздѣли данную сумму, чрезъ запятую, на классы, начавъ отъ правой руки, такъ, чтобы въ каждомъ классѣ было по три знака.
2. Надъ слѣдующимъ, послѣ двухъ классовъ, числомъ поставь также палочку, или запятую; послѣ четырехъ, двѣ;

двѣ; а послѣ шести, три. и шакѣ далѣе. Нижнія запятые будутъ означать тысячи, а изъ верхнихъ одна милліоны; двѣ, билліоны; три, триллионы; а чешыре, квадриллионы и шакѣ далѣе.

3. Пошомъ назови соотвѣшствующія числа именами выше (§. 39.) упомянутыми, и такимъ образомъ выговорена будетъ данная сумма. На пр. число.

III II I
18,446,744,073,709,551,611.

выговаривается такимъ образомъ: восемнадцать триллионовъ, четыре ста сорокъ шесть тысячъ, семь сотъ сорокъ чешыре билліона, семьдесятъ три тысячи, семь сотъ девять милліоновъ, пять сотъ пятьдесятъ одна тысяча, шесть сотъ одинадцать.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 43. Еслии число восемнадцать триллионовъ, и проч. которое шеперь предложено, взято будетъ о зернахъ жита: то оно означаетъ такое ихъ множество,

что Сатурмъ думаетъ, что симъ житою 2, 562, 047 новыхъ ковчеговъ до самого верьху наполнены быть могутъ. In math. juen. T. I. стран. 13. См. примомъ Валлиз. соч. T. I. стран. 151. Оез. Гиде. Tr. de ludis orientalibus prolegom. Находитъ даже число зернышковъ пещаныхъ, которое бы всему земному шару, или шару неподвижныхъ звѣздъ, по положенію взятому, равнялось, давно уже показалъ Архимедъ in arenario. Спран. 110. соч. См. примомъ Таквет. Арием. кн. V. гл. 4. теор. 21. Клавіев. Comment. in Bosci sph. Спран. 217.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XX.

§. 44 Числа однородныя (numeri homogenei) суть, которыя означаютъ подобныя части шогожъ цѣлаго; разнородныя (heterogenei), которыя означаютъ не одинакія части цѣлыхъ, различнымъ образомъ раздѣленныхъ. На пр. дни раздѣляющся на 24 часа, часы на 60 минутъ; слѣдовашельно числа дней и часовъ, суть

Б 5 иск.

между собою разнородныя; числажъ часовъ однородныя; также числа минушъ суть равномерно между собою однородныя.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XX.

§. 45. *Сложеніе* (additio), есть двухъ, или больше чиселъ въ одну сумму собраніе. Знакъ сложенія иногда употребляется крестъ $+$, которой значить *плюсъ* (plus). Количество, которое производится чрезъ такое собираніе, *суммою* (summa, vel aggregatum) называется.

Т Е О Р Е М А I.

§. 46. Числа слагаемыя должны быть однородныя.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Поелику изъ слагаемыхъ чиселъ надлежитъ составить такое цѣлое, которое содержитъ въ себѣ сложенные числа, какъ части (§ 45.): то требуется, чтобъ оныя части были между собою подобныя, кои къ тому же цѣлому относяся. Ибо неподобныя, или разнородныя части относятся къ разнымъ цѣлымъ, или различно раздѣленнымъ (§. 44.) слѣдовательно числа, въ одну сумму слагаемыя, должны быть однородныя.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 47. Когдажъ послѣ сего будетъ говорено о сложеніи разнородныхъ чиселъ: то объ ономъ должно имѣть такое понятіе, что въ тѣхъ количествахъ, которыя составляются изъ разнородныхъ классовъ, всегда складывающіяся одинаковые сорты, и слѣдовательно однородныя числа.

З А Д А Ч А III.

§. 48. Сложить два числа, или больше.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Напиши данныя однородныя числа такъ, чтобъ единицы подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и проч. находились, и подъ ними проводи линію.
2. Потомъ съ праваго класса, такъ какъ съ нижняго, начавъ, складывай числа всѣхъ классовъ, другъ надъ

надѣ другомѣ состоящія , въ одну сумму , и ставъ каждую сумму единицѣ подѣ линіею; а лишекѣ сверхѣ девяти , содержащейся въ умѣ , всегда придавай къ ближайше слѣдующему ошѣ лѣвой руки , классу , то есть , ежели одинѣ десятокѣ будешѣ въ излишествѣ ошѣ суммы единицѣ : то къ ближайшей суммѣ приложи одну единицу ; естѣлижѣ два , или три , и больше десятковѣ будешѣ въ излишествѣ : то приложи двѣ , три единицы , или больше къ слѣдующему классу .

3. Когда случашся одни нули , тогда вмѣсто суммы пишется нуль .

4. А когда надлежитѣ складывать разнородныя числа : то и тогда сложеніе также начинаешся ошѣ самаго меньшаго сорша , и какѣ произойдешѣ сумма , составляющая ближайше большей соршѣ , то къ слѣдующему соршу придается одна единица ; естѣлижѣ въ суммѣ меньшаго сорша будешѣ содержащяся больше большихѣ соршовѣ : то и къ слѣдующему ближайше большему соршу придается больше единицѣ , и сложеніе слѣдующихѣ соршовѣ равномерно продолжается до шѣхѣ порѣ , пока дойдешѣ до цѣлаго числа , коего всѣ единицы , по вышепоказанному правилу , складываются .

ПРИМѢРЪ 1.

ПРИМѢРЪ 2.

65708

ценш. либр. унц.

62. 85. 8

79203

32. 74. 7

сумма 144911

8. 9. 6

сумма 103. 69. 9

то есть одна либра содержитѣ въ себѣ 12 унцій , а одинѣ ценшверѣ , или сотовой вѣсѣ , 100 либрѣ .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже всѣ суммы , сверхѣ девяти единицѣ , составляющяся изѣ десятковѣ (§. 36.) ; и всякая сумма въ десятирномѣ содержаніи возрастаетѣ и уменьшается (§. 37.) , знаки же получающіе различно зна-

менованіе, смотря по мѣсту (§. 39.) того ради слѣдуетъ, что съ каждымъ знакомъ всякаго числа можно поступать такъ, какъ съ единицами; и потому можно порознь складывать единицы, и лишекъ сверхъхъ девяти, то есть, одинъ десятокъ, или больше придавать къ слѣдующему классу. Но число, которое такимъ образомъ составляется, понеже содержитъ въ себѣ единицы, десятки, сотни, и прочія суммы, кои находились въ слагаемыхъ количествахъ, будетъ сумма данныхъ чиселъ. Въ разнородныхъ же, естли числа подобныхъ классовъ, и слѣдовательно однородныя (§. 47.) сложатся между собою, и содержаніе частей, принятое въ употребленіе и опредѣленное, наблюдаемо будетъ, явствуетъ, что изъ частей составляющія ближайшія цѣлыя (§. 29.), и суммы цѣлыхъ и частей показаннымъ образомъ будутъ найдены (§. 44. 46.)

П Р И В А В Л Е Н І Е.

§. 49. Изъ онагожъ доказательства явствуетъ, что не всегда потребно бываетъ начинать сложеніе отъ правой руки. Понеже и отъ лѣвой руки всѣ десятки по порядку другъ за другомъ слѣдуютъ, и потому оныя подъ единицами, изъ которыхъ состоятъ, подписаны быть могутъ; однако жъ, понеже послѣ того требуется новое сложеніе десятковъ, явствуетъ, что вышепоказанная практика сокращеніе, и потому должно предпочитать оную другой.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXII.

§. 50. *Вычитаніе* (Subtractio) есть дѣйствіе, чрезъ которое отнимается и отдѣляется меньшее число отъ большаго. Знакъ вычитанія иногда употребляется линѣчка —, которая значить *минусъ* (minus). Число, которое остается послѣ вычитанія, *разность* (differentia), или *остатокъ* (residuum) называется.

Т Е О Р Е М А II.

§. 51. Въ вычитаніи числа большее и меньшее должны быть однородныя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже большее число, изъ котораго дѣлается вычитаніе, разсуждается такъ какъ цѣлое, коего часть отдѣляется чрезъ вычитаніе (§. 50.). Но цѣлое состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 44); слѣдовательно въ вычитаніи, числа большее и меньшее должны быть однородныя.

ТЕОРЕМА III.

§. 52. *Остатокъ и меньшее число, будучи сложенные вмѣстѣ, составляютъ сумму равную большому числу, изъ котораго дѣлается вычитаніе.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшее число, отнятое отъ большаго, есть часть его, и остатокъ, которой остается, есть другая часть того жъ числа (§. 50.). Но цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29); слѣдовательно остатокъ и меньшее число, и проч.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. *Вычистъ меньшее число изъ большаго.*

РѢШЕНІЕ.

1. Въ однородныхъ числахъ меньшее число подписывается подъ большимъ такъ, чтобъ взаимно другъ другу соотвѣтствовали подобные классы единицъ, десятокъ, сотенъ и проч. и подъ ними проводится линія.
2. Начало дѣлается также отъ правой руки, такъ какъ отъ самаго нижняго класса, и всѣ единицы меньшаго числа вычитаются изъ верхнихъ, а остатокъ ставится подъ линіею.
3. Когда нижнее число содержишь въ себѣ больше единицъ, нежели верхнее, и не можетъ вычтено быть: то въ такомъ случаѣ, отъ ближайше слѣдующаго знака большаго числа, изъ котораго дѣлается вычитаніе, надлежитъ отнять единицу,

ко-

которая, понеже въ общихъ знакахъ означаетъ десятокъ, увеличитъ и другой знакъ также десятию единицами; что прибавъ, вычитается потомъ нижнее число изъ верхняго, десятию единицами увеличеннаго, и остатокъ ставится подъ линіею; отъ лѣвой же руки знакъ потомъ почитается за уменьшенной единицею, что означается чрезъ точку, поставленную подъ того знака.

4. Вычтенной нуль не умаляетъ числа; но ежели случится вычитать изъ него положительное число: то сперва надлежитъ увеличить оной цѣлымъ числомъ, занятымъ отъ предъидущихъ знаковъ; еслииже два нуля случатся сряду другъ подъ друга: то, понеже первой нуль, то есть, что отъ лѣвой руки, долженъ увеличить бытъ десяткомъ, отъ предъидущихъ знаковъ занятымъ, дабы отъ него къ послѣднему знаку, то есть, что отъ правой руки, перенесена бытъ могла единица, имѣющая знаменованіе десятка, можно удобно разумѣть, что тотъ нуль, которой отъ лѣвой руки на послѣдокъ должно почитать за девять. Тоже правило служитъ и въ разсужденіи того, когда больше нулей съ ряду другъ подъ друга стоятъ будетъ.

5. Въ разнородныхъ числахъ меньшее число также пишется подъ большимъ такимъ образомъ, чтобъ подобные классы взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и когда (то есть, еслии нижней знакъ не можешь вычтенъ бытъ изъ верхняго) для увеличенія числа меньшаго класса, занимается единица отъ ближайше большаго класса: то само по себѣ явствуемъ, что сія единица означаетъ такое цѣлое, которое, по принятой въ употребленіе и извѣстной пропорціи, состоитъ изъ частей меньшаго класса; и такъ, еслии сія единица раздѣлится на оныя части: то, придавъ оныя къ

числу того сорпа, которой складывается, можно будетъ вычесть нижнее число, и остатокъ подписать подъ линіею.

ПРИМѢРЪ 1.

ПРИМѢРЪ 2.

		ценш.	либр.	уиц.
	144914	113.	69.	9
	79203	32.	74.	7
остатокъ	65708	остатокъ	80.	95.
				2

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Что однородныя подѣ однородными подписывать, и подобныя изъ подобныхъ вычитать должно, появствуешь изъ сущности вычитанія (§. 51.). Но понеже всѣ числа въ общихъ знакахъ имѣютъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40.); того ради слѣдуетъ, что со всякимъ числомъ можно поступать, такъ какъ съ единицами и десятками, и занимая отъ предъидущаго знака единица служилъ вмѣсто десятка, и увеличиваетъ слѣдующее число десятью единицами. Въ разнородныхъ же числахъ наблюдается пропорція, принятая въ употребленіе, и всегда чрезъ вычитаніе находится разность подобныхъ классовъ (§. 51.). И такъ, поелику въ однородныхъ числахъ всѣхъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ классовъ; въ разнородныхъ же, всѣхъ сортовъ остатки находятся показаннымъ образомъ, никакого сомнѣнія не заключається въ томъ, что вычитаніе сдѣлано исправно.

П Р И Б А В Л Е Н І Е .

§. 54. Понеже сложеніе и вычитаніе суть между собою противоположныя дѣйствія, такъ что тѣ части, которыя чрезъ сложеніе сложены были въ одну сумму, опять чрезъ вычитаніе могутъ отдѣлены быть отъ той суммы (§. 52.). И того ради потребна обоимъ, елики будетъ потребована, образнымъ образомъ сдѣлана быть можеть, то елики елики по означенію одной части отъ суммы, состоящей изъ двухъ частей, останется другая: то почитать, что сложеніе сдѣлано исправно. И обратно, ежели меньшее число придано будетъ къ большому, произойдетъ изъ того большее число: то и вычитаніе почитается за исправно сдѣланное (§. 52.). Ибо едва случиться можеть, чтобъ двѣ части

противное дѣйствіе, въ разсужденіи тогожѣ числа, здѣлается такая погрѣшность, которая бы ушачивала учиненную въ первомъ дѣйствіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 55. Другая повѣрка сложенія и вычитанія дѣлается чрезъ отбрасываніе девятокъ изъ подобныхъ суммъ, то есть, изъ цѣлаго и частей. Ибо, ежели въ обоихъ случаяхъ останется тотъ же остатокъ, доказываеши чрезъ то исправное рѣшеніе сложенія и вычитанія. Причина тому есть слѣдующая: понеже сумма всѣхъ чиселъ пишется такъ, что сложенные знаки означаютъ сумму, равную лишку данныхъ единицъ, сверхъ одной девятки, или больше, На пр. когда написано будетъ 12 ; то $1 + 2 = 3$ дѣлаютъ лишекъ сверхъ девяти; или, когда написано будетъ 32 : то также $3 + 2 = 5$ изображаютъ лишекъ сей суммы сверхъ трехъ девятокъ, которые сна въ себѣ содержитъ. И поному остатки частей и суммъ симъ равныхъ, сверхъ одной девятки, или больше, всегда должны быть равны между собою. См. Дешале Ариет. кн. I. предл. 5. Но тотъ способъ повѣрки надеждѣе, о которомъ упомянуто было въ предъидущемъ параграфѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 56. *Умноженіе* (multiplicatio) есть многократное одного тогожѣ количества самаго съ собою сложеніе. Или, умноженіе есть способъ находить такое число, которое бы содержало въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единицъ содержитъся въ множителѣ. Знакъ умноженія иногда употребляется точка, поставленная между множимыми количествами. На пр. $6 \cdot 3 = 18$; иные изображаютъ умноженіе такимъ образомъ: $6 \times 3 = 18$. Числа, копорыя умножаются между собою, называющыяся *множителями* (factores). Эвклидъ называетъ оныя *боками* (latera); а то число, которое происходитъ изъ умноженія двухъ чиселъ между собою, называется *произведеніемъ* (factum, uel productum); Эвклидъ же называетъ оное *плоскимъ числомъ* (numerus planum).

ПРИ-

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 57. Слѣдовательно единица къ одному множителю имѣетъ такое содержаніе, какое другой множитель къ произведенію; а единица не умножаетъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 58. Одинакіе множители производятъ одинакія произведенія.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 59. Произведенія всѣхъ единицъ происходятъ, ежели всякая единица будетъ складываться сама съ собою не прерывно до девяти. И такимъ образомъ составляется таблица, которая называется *таблицею Пифагоровею* (авасу рутхагонісус). Числа сей таблицы надлежитъ твердо содержать въ памяти, дабы, помощію оныхъ можно было на послѣдствѣ скорѣе дѣлать умноженіе и дѣленіе большихъ количествъ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81



П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 60. Пожеже умноженіе есть нѣкоторое сложеніе; того ради въ ономъ множимое число и множитель должны быть однородныя, какия требовались и въ сложеніи (§. 46.)

З А Д А Ч А V.

§. 61. Умножить однородныя числа.

Р ѣ ш е н і е.

1. Множитель подписывается подѣ множимымъ числомъ, такъ чшобѣ классы единицъ, десятковъ и проч. взаимно другъ другу соотвѣспствовали, и по-
В _____ шомъ

помѣ подѣ ними проводимся линіи, такъ какъ въ сложеніи и вычитаніи дѣлано.

2. Первой знакъ, что отъ правой руки, множителя умножается на всѣ знаки множимаго числа, и когда произведеніе состоитъ изъ двухъ знаковъ: то пишется только, что отъ правой руки, знакъ, или единица; а знакъ, что отъ лѣвой руки, такъ какъ десятокъ, между тѣмъ содержится въ умѣ, и относится къ слѣдующему произведенію.
3. Равнымъ образомъ слѣдующей нижней второй и всякой другой знакъ множителя умножается на всѣ верхніе знаки, и произведеніе изъ того подписывается подѣ знакомъ умножающаго числа.
4. Если оба числа, или только одно будетъ имѣть на концѣ нѣсколько нулей: то умножающіеся одни только положительныя числа, и къ произведенію приписываются всѣ нули. Также ставится нуль въ произведеніи, если случится оной въ срединѣ множителя, и потомъ продолжается умноженіе прочими положительными знаками. Когдажъ въ срединѣ множимаго числа случится нуль, то и тогда также ставится нуль въ произведеніи, еслили другаго положительнаго знака, содержащагося въ умѣ, не должно будетъ поставить на его мѣсто.
5. Наконецъ, какъ всѣ знаки такимъ образомъ умножены будутъ взаимно между собою, всѣ произведенія складываются въ одну сумму, и такимъ образомъ производится изъ того произведеніе данныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

$$\begin{array}{r}
 7850 \\
 \underline{63} \\
 23550 \\
 \underline{4710} \\
 494550
 \end{array}$$

произведеніе. 494550

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ нѣсколько разъ уже было сказано, числительные знаки имѣютъ такое свойство, что каждой изъ нихъ получаетъ знаменованіе, смотря по мѣсту (§. 40.), и что великія количества, такъ какъ изъ однихъ единицъ и изъ однихъ десяшковъ составленныя, разсуждаемы быть могутъ, и чрезъ рѣшеніе предложенной задачи, всѣ произведенія всѣхъ единицъ порознь, такъ какъ столько пер-выхъ началъ искомаго произведенія, получаются, и располагаются надлежащимъ порядкомъ; слѣдуетъ, что умноженіе надлежащимъ образомъ дѣлается по предписаннымъ правиламъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 62. О другихъ способахъ умноженія, безъ таблицы Пифагоровой, и чрезъ палочки Юг. Непера и проч. въ лекціяхъ говорено будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 63. *Дѣленіе* (Divisio) есть повторенное вычитаніе меньшаго числа изъ большаго. Или, дѣленіе есть способъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ, и сколько разъ оно изъ сего вычтено быть можетъ. Дѣленіе иногда означаетъ двумя точками, между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ поставленными. На пр. $8 : 4$, значить, что 8 дѣлится на 4. Изъ данныхъ чиселъ большее *дѣлимымъ* (Dividendus), меньшее *дѣлителемъ* (Divisor); а то число, которое происходитъ, *частнымъ числомъ* (quotus, vel quotiens) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 64. Слѣдовательно дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержитсяъ столько разъ, сколько единицъ въ частномъ числѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 65. Но какъ въ вычитаніи, такъ и въ дѣленіи, числа должны быть однородны (§. 51).

Т Е С Р Е М А VI.

§. 66. Дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Чрезъ умноженіе находишся шакое число, которое содержишъ въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единица содержишся въ множителѣ (§. 56). Но столько разъ дѣлитель содержишся въ дѣлимомъ числѣ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 64.); слѣдовательно дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.

П Р И Б А В Л Е Н І Е I.

§ 67. Изъ чего явствуетъ, что умноженіе и дѣленіе суть для противныя дѣйствія, и число, которое чрезъ умноженіе было ссложено нѣсколько разъ само съ собою, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается. На пр. $4 \cdot 3 = 12$, то есть, четыре, умноженное на три, дѣлаютъ 12; но чрезъ дѣленіе $12 : 3 = 4$ опять тоже число *четыре* возвращается.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 68. Чего ради одно которое нибудь дѣйствіе можетъ служить для повѣрки другого.

З А Д А Ч А VI.

§. 69. Раздѣлить однородное число на однородное же.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Дѣлитель спавишся подѣ знаками дѣлимаго числа, что отъ лѣвой руки, однако шакимъ образомъ, чтобъ верхнее число было больше нижняго, и подѣ ними проводишся линѣя; подѣ крайнягожъ знака, что отъ правой руки, проводишся линѣя, или дуга.
2. Пошомъ находишся, сколько разъ дѣлитель содержишся въ стоящемъ надѣ нимъ числѣ дѣлимаго, и число, которое шо показываешъ, пишешся за дугою, шакъ какъ частное; оно же послѣ шого умножаешся на дѣлителя, и произведеніе вычищаеш-

ся изъ дѣлимаго, а остатокъ замѣчается подъ линіею, и слѣдующее къ правой рукѣ число дѣлимаго спавишся подлѣ шогожѣ остатка.

3. Наконецъ дѣлишель, подъ симъ остаткомъ, которой сперва увеличенъ былъ слѣдующимъ приписаннымъ числомъ, подвигается однимъ знакомъ поближе къ правой рукѣ, и такимъ же образомъ находится частное число, и произведение его вычитается изъ соотвѣствующей суммы. Подобное дѣйствіе продолжается до конца.
4. Если дѣлишель въ дѣлимомъ числѣ не содержишся: то вмѣсто частнаго числа за дугою спавишся нуль.
5. Еслилижѣ при дѣлишель будущѣ находишся нули то оныя потчасѣ на концѣ подъ послѣдними знаками дѣлимаго числа подписываются, и дѣленіе продолжается продолжительными знаками; числа жѣ, состоящія надъ нулями, отдѣляются отъ прочихъ линіею, и къ остатку, послѣ окончанія дѣленія, прилагаются.
6. Что послѣ дѣленія остается, то пишется особливо и почищается за часть дѣлителя.
7. Дѣленіе дѣлается сокращеніе, ежели найденное частное число въ умѣ умножено будетъ на дѣлителя, и произведение вычтешся изъ соотвѣствующихъ знаковъ дѣлимаго числа. Но въ такомъ случаѣ, для краткости, надлежитъ умножать частное число на дѣлителя отъ лѣвой руки къ правой.

П Р И М Ѣ Р Ъ.

$$\begin{array}{r}
 494550 \text{ (} 63 \\
 \underline{7850 \text{ (}} \\
 \quad 6 \text{ (} \\
 \hline
 4710 \\
 \hline
 2355 \\
 \text{В } 3 \quad 2355
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2355 \\
 785 \\
 \hline
 3 \\
 \hline
 2355 \\
 \hline
 0000
 \end{array}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ рѣшеніи сей задачи десятерное содержаніе, по которому умаліяются числа, и знаменованіе, которое имѣютъ тѣ же числа, смотря по мѣсту, такъ что всѣ порознь, какъ однѣ единицы, или десятишки, употребляемы и сравниваемы бытъ могутъ, также дѣлаетъ великое сокращеніе. И по тому тысячное число (7000) можно поставитъ подъ сошеннымъ числомъ тысячъ (490, 000), и находить, сколько разъ первое число онаго тысячнаго числа содержища въ первыхъ двухъ знакахъ сего сошеннаго числа тысячъ; ибо найденное частное число (6) не будетъ уже единица, но десятокъ; потому что во время продолженія рѣшенія придается къ нему опѣ правой руки другой знакъ. Но, произведеніе, произшедшее изъ умноженія сего частнаго числа на дѣлителя, вычепши изъ дѣлимаго, явствуетъ, что остатокъ принадлежитъ къ рѣшенію слѣдующей суммы, и что дѣленіе должно продолжаться подобнымъ образомъ. По окончаніи котораго, понеже найденное число показываетъ, сколько разъ цѣлой дѣлитель можетъ вычепенъ бытъ изъ всѣхъ классовъ дѣлимаго числа, можно будетъ и о томъ заключить, что дѣленіе правильно здѣлано.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 70. О рѣшеніи дѣленія, помощію палочекъ Неперовыхъ, и о другихъ способахъ говорено будетъ въ лекціяхъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 71. Повѣрка умноженія дѣлается, раздѣливъ произведеніе на одного котораго нибудь множителя; ибо ежели произойдетъ изъ того другой множитель, то сіе означаетъ, что рѣшеніе умноженія правильно здѣлано. И обратно, повѣрка дѣленія дѣлается

лается, умножая частное число на дѣлителя, и къ тому прикладывая остатокъ, еслии какой случится; чрезъ что должно произойти опять дѣлимому числу, какъ уже о томъ выше сего изъяснено было (§ 67 68).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 72. Можетъ учинена быть и другая повѣрка, ежели выкинуты будутъ девятки, сперва изъ множителей, а потомъ изъ произведенія ихъ, и примѣчено будетъ, производится ли изъ произведенія остатковъ отъ множителей, послѣ выкинутыхъ девятокъ, Такойже лишекъ, сверхъ девяти, какой и изъ произведенія данныхъ чиселъ. На пр. $85 \cdot 7 = 595$, остатокъ, выкинувъ девять изъ одного множителя, есть 4; другой же множитель 7 есть уже самъ собою лишекъ сверхъ девяти; остатокъ изъ произведенія 595, послѣ выкинутыхъ двухъ девятокъ, есть 1, и изъ произведенія первыхъ лишковъ $7 \cdot 4 = 28$, послѣ выкинутыхъ трехъ девятокъ, остается также 1, и тѣмъ самымъ доказывается, что умноженіе здѣлано привильно. Тоже служивъ и для повѣрки дѣленія, гдѣ частное число и дѣлитель почитаются за множители дѣлимаго числа (§. 66); однакожъ, еслии что останется послѣ дѣленія, то самое сперва надлежитъ вычесть изъ дѣлимаго числа, и потомъ, въ разсужденіи остатка, дѣлать показанную повѣрку (§. 55). См. Таквеш. Практич. Ариѳм. кн. I. гл. XII примѣч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 73. Приведеніе разнородныхъ чиселъ (*reductio heterogeneorum numerorum*) есть дѣйствіе, чрезъ которое части цѣлаго состоящаго изъ классовъ или сортовъ различно раздѣленныхъ, приводятся въ одинакой низжайшей сортъ. Или обратно, когда изъ самаго меньшаго сорта выключаются большіе сорты, кои въ себѣ содержатъ оной.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Какъ на пр. центнеры, которые въ себѣ содержатъ меньшіе вѣсы фунтовъ и унцій, чрезъ умноженіе раздробляются такъ, что изъ центнеровъ фунты и фунтовъ унціи, равняющіяся данному числу центнеровъ производятся. Или когда въ противномъ случаѣ множество унцій, которое содержитъ въ себѣ фунты и

центнеры, чрезъ дѣленіе рездробляется такъ, что можно разумѣть, сколько фунтовъ и центнеровъ содержится въ данной суммѣ унцій.

ЗАДАЧА VII.

§. 75. *Задать приведеніе разнородныхъ чиселъ*
РѢШЕНІЕ.

1. Число большаго сорша умножь на частіи мень-
го сорша, какія оно въ себѣ содержитъ, къ про-
изведенію приложи слѣдующія числа къ тому же
соршу относящіяся: равнымъ образомъ, когда слѣ-
дуетъ больше сортовъ, на число частей ближай-
ше меньшаго сорша умножается предъидущее число
большаго сорша.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Истинна сего дѣйствія явствуетъ изъ Аксіомы
X (§. 29.). Ибо, еслии цѣлое равно всѣмъ своимъ
частямъ вмѣстѣ взятымъ, должно взято быть сіе
число частей чрезъ умноженіе столько разъ, сколь-
ко сортовъ того рода содержится въ какомъ числѣ.
На пр. одинъ фунтъ содержитъ въ себѣ 12 унцій, а
два содержатъ 24 унціи, и такъ далѣе.

ПРИМѢРЪ.

цент.	фунт.	унц.
65.	36.	8.
<hr/>		
100		
<hr/>		
6500		
<hr/>		
36		
<hr/>		
фунт.	6536	
<hr/>		
12		
<hr/>		
13072		
<hr/>		
6536		
<hr/>		
78432		
<hr/>		
8		
<hr/>		
унц.	78440	

2. Обратно изъ меньшаго, или изъ послѣдняго
сорша, выключаясь большіе, или вышшіе сорты,
есть-

есѣли на число частей, кои относятся къ ближайше вышшему сорту, такъ какъ на знаменованіе того сорта, раздѣлился число ближайше нижняго сорта. На пр. ежели 6536 фунтовъ будущъ раздѣлены на 100: то произойдутъ 65 цент. съ излишествомъ 36 фунтовъ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 76. Умножить разнородныя числа.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Приведи то число, которое состоитъ изъ разныхъ сортовъ, въ меньшей сортъ (§. 74.), и умножь на данное число (§. 61.)
2. Произведеніе меньшаго сорта приведи чрезъ дѣленіе въ большіе сорта (§. 75.), и будетъ задѣлано умноженіе разнородныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

цент.	фунт.	унц.	
12	28.	7.	умнож. на 15
100			
либр.	1228		
	12		
	2456		
	1228		
	14736		
	7		

унц. $14743 \cdot 15 = 221145$. унц.

раздѣливъ на 12, произойдутъ 18428 фунтовъ, съ 9 унціями, и сумму фунтовъ раздѣля на 100, будутъ 184 цент. 28 фунт. и 9 унц. вмѣсто произведенія даннаго числа.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Короче дѣлается сіе дѣйствіе, ежели, не дѣлая приведенія, числа всѣхъ сортовъ будущъ умножены на данное число, и произведенія всѣхъ классовъ порознь будущъ раздѣлены на приличествую-

В 5. щее

щее число частей; а частныя числа приложатся къ ближайше вышшему сорту.

2. Еслилижъ умножающее число будетъ очень велико: то разбей оное, или раздоби на множители, и потомъ умножай сими меньшими числами. Или раздоби оное на такія части, кои имѣютъ способное содержаніе, и изъ частныхъ произведеній, сложенныхъ въ одну сумму, произойдетъ цѣлое произведение.

П Р И М Ъ Р Ъ.

цент.	фунт.	унц.	
12.	28.	7	умнож. на 15 = 5. 3
			5

61.	42.	11
3		

произвед. 184. 28. 9

12.	28.	7	умнож. на 15 = 5 + 10
-----	-----	---	-----------------------

61.	42.	11	5
-----	-----	----	---

слож. 122. 85. 10 10 части.

произвед. 184. 28. 9

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшеніе явствуется изъ приведенія разнородныхъ, и умноженія однородныхъ чиселъ; а второе рѣшеніе также явствуется изъ опредѣленія умноженія. Понеже все равно, хотя данное число умножишь на цѣлое число 15, или сперва на пять, а потомъ сложишь оное само съ собою прижды. Ибо въ обоихъ случаяхъ находится равное число частей. И когда множитель раздробляется на части, и складываются части произведенія, на пр. 5 и 10, вмѣсто 15; то нѣтъ никакого сомнѣнія что и въ семъ случаѣ производится цѣлое произведение; понеже цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29.).

З А Д А Ч А IX.

§. 77. Раздѣлить разнородныя числа.

Рѣ-

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Равнымъ образомъ число, состоящее изъ разныхъ соршовъ, приводится въ меньшей соршѣ (§. 74.), и произшедшая изъ того сумма дѣлится на данной дѣлитель (§. 69), частное число покажетъ число меньшаго сорша.
2. Сіе частное число опять чрезъ дѣленіе приводится въ ближайше вышіе сорты (§. 75.), и будетъ извѣстна искомая сколькая часть всякаго сорша.

ПРИМѢРЪ.

цент.	фунт.	унц.
184.	28.	9.

раздѣл. на (15)

Привед. въ меньшіе сорты Унц. $221145:15=14743$, сіи унціи 14743 приведши въ фунты, чрезъ раздѣленіе на 12, произойдутъ 1228 фунтовъ съ 7 унціями; а по раздѣленіи сего числа на 100, частное число будетъ 12 центн. 28 фунт. 7 унц. тоже самое число, какое и сперва взято было.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Не дѣлавъ приведенія, раздѣли всѣ сорты на данное число, и естли какой соршѣ не можешъ раздѣленъ быть безъ остатка: то приведши остатокъ въ слѣдующей соршѣ, приложи оной къ числу того сорша, и опять продолжай дѣленіе на тогожъ дѣлителя, такимъ образомъ произойдутъ частныя числа всѣхъ классовъ. Но сіи правила, безъ дальняго доказательства, явствуютъ изъ вышеобъявленнаго.

ПРИМѢРЪ.

184.	28.	9.
------	-----	----

раздѣл. на 15

Раздѣливъ 184 центн. на 15, частное число будетъ 12 цент. съ 4 оставшимися, или 400 фунт. Къ симъ приложи 28 фунт. и изъ суммы, на послѣдокъ раздѣленной на 15, произойдетъ частное число 28, съ восьмью остав-

ши-

шимися фунтами; или $8. 12 = 96$ унц. къ коимъ приложивъ послѣдніе девять унц. и сумму 105 раздѣля на 15, частное число будетъ 7. и попому шже, что и прежде, находишь частное число 12. 28. 7.

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О содержаніи и пропорціи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 78.

§. 78. *Содержаніе* (Ratio) есть взаимное отношеніе двухъ коликихъ одного роду, въ разсужденіи количества. Первое изъ сихъ коликихъ называется *предъидущимъ* (antecedens), а другое *послѣдующимъ* (consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 79. *Содержаніе* есть, или *Ариѳметическое* (Arithmetica), когда разсуждается о разности двухъ не равныхъ коликихъ. На пр. $5 - 3 = 2$ или *Геометрическое* (Geometrica), когда разсуждается о томъ, какая часть будетъ меньшее количество большаго. На пр. 6 къ 3, отношеніе показываетъ, что меньшее количество въ большемъ содержишь дважды, или есть половинная онаго часть.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 80. Чего ради содержаніе Ариѳметическое, или *разность* (differentia), находится чрезъ вычитаніе (§. 50.), а Геометрическое чрезъ дѣленіе (§. 63.)

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 81. И знакъ вычитанія, или линѣчка, для означенія Ариѳметическаго содержанія, а знакъ дѣленія, или *двоепочіе*, для означенія Геометрическаго содержанія, правильно употребляется.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 82. Кромѣ Ариѳметическаго и Геометрическаго содержанія, упоминается также нѣкакое Гармоническое (Harmonica), когда въ трехъ числахъ два крайнія имѣють

ша-

такоежъ Геометрическое содержаніе; какое находится между разностями перваго и средняго, средняго и послѣдняго. На пр. 6. 4. 3. гдѣ 6: 3 содержи́тся такъ какъ $6 - 4 = 2$ кѣ $4 - 3 = 1$. Называется Гармоническое содержаніе потому, понеже числа онаго по большей части имѣютъ такія пропорціи, на которыхъ утверждаются согласія музыки. Пространствѣ о семъ упоминаетъ Клавій кѣ Евклид. кн. 5. стран. 392. и слѣд.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXVII.

§. 83. Въ содержаніи Геометрическомъ то число, которое показываетъ, какая часть есть меньшее число большаго, называется *именемъ содержанія* (nomen rationis), *знаменателемъ* (denominator), также *указателемъ содержанія* (exponens rationis).

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXVIII

§. 84. *Подобныя содержанія* (rationes similes) суть, которыя имѣютъ одинаковаго знаменателя (§. 8.). *Содержанія неподобныя* (rationes dissimiles) суть, которыя имѣютъ не одинаковаго знаменателя. Предъидущіежъ и послѣдующіе члены подобныхъ содержаній, называются *количества одинаковыя* (quantia homologa). На пр. 2: 4 и 3: 6 суть подобныя содержанія, коихъ два предъидущіе члена 2: 3 и два послѣдующіе 4: 6 суть одинаковые. Ибо кѣ обоимъ равномѣрно относится пропорціональное число.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXIX.

§. 85. *Содержаніе многочисленное* (ratio multiplex) есть, когда меньшее количество нѣсколько разъ содержи́тся въ большемъ, и особливо называется *двойное* (dupla), ежели дважды; *тройное* (tripla), ежели трижды; *четверное* (quadrupla), ежели четырьмя; меньшее число содержи́тся въ большемъ, и проч.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 86. *Содержаніе сложенное чрезъ умноженіе* (ratio composita per multiplicationem), или *умноженное* (multiplicata) есть, которое состоишь изъ одного тогожъ содержанія, нѣсколько разъ взяшаго, или умноженнаго; или которое производится изъ умноженія подобныхъ пропорціональных чиселъ, и называется *двоенное* (duplicata), когда предъидущіе и послѣдующіе члены двухъ подобныхъ содержаній умножаются между собою; *утроенное* (triplicata), когда умножаются три подобныя содержанія; *четверенное* (quadruplicata), когда умножаются четыре подобныя пропорціональныя числа. На пр. пусть будутъ двѣ подобныя пары пропорціональных чиселъ $2; 4 = 2:4$: то произведенія $2 \cdot 2$ и $4 \cdot 4$ производятъ удвоенное содержаніе перваго $4:16$; еслии жъ будутъ три пары подобныхъ содержаній $2:4 = 2:4 = 2:4$, и произведеніе трехъ предъидущихъ членовъ $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ сравнится съ произведеніемъ трехъ послѣдующихъ $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$: то произойдетъ утроенное содержаніе перваго $8:64$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 87. Происходитъ также сложенное содержаніе, ежели знаменатели подобныхъ содержаній будутъ умножены между собою, и дѣлается удвоенное, ежели два знаменателя; четверенное, ежели четыре знаменателя взаимно умножаются между собою. Чего ради Эвклидъ опред. 10. кн. 5. признавъ три непрерывно пропорціональныя числа, $2 \cdot 4 \cdot 8$, содержаніе перваго къ третьему $2:8$, назвалъ удвоеннымъ содержаніемъ перваго къ второму, и признавъ четыре непрерывно пропорціональныя числа $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16$, содержаніе перваго къ четвертому $2:16$, назвалъ утроеннымъ содержаніемъ перваго къ второму $2:4$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 88. *Содержаніе большей неравности* (ratio maioris inaequalitatis) есть, когда большее количество относится къ меньшему. На пр. $8:4$ есть со-

содержаніе двойное. *Содержаніе меньшей неравности* (*ratio minoris inaequalitatis*) есть, когда меньшее количество относится къ большому, для означенія котораго ставится предѣ именемъ содержанія предлогъ *подѣ* (*sub*). На пр. 4: 8 называется содержаніе *поддвойное*, или *половинное* (*subdupla*); 2: 6 *подтройное*, или *третнее* (*subtripla*); также 2: 4 и 4: 16 *подбудвоенное* (*subduplicata*).

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXXII.

§. 80. *Содержаніе суперпартикулярное* (*ratio superparticularis*) есть, когда большее количество содержитъ въ себѣ меньшее однажды, и сверхъ того одну его нѣсколькую часть, для означенія котораго употребляется слово *полу* (*sequi*), придавъ къ тому знаменованіе избыливающей частицы. На пр. 3: 2 будетъ *содержаніе полуторное* (*ratio sesquialtera*); понеже лишекъ есть половинная часть меньшаго количества. И обратно, содержаніе меньшей неравности означится когда предѣ онымъ поставится предлогъ *подѣ* (*sub*). На пр. 2: 3, будетъ *содержаніе подполуторное* (*ratio sublesquialtera*). Кромѣжъ того, когда данныя количества будутъ имѣть многочисленное содержаніе, тогда напередѣ оныхъ ставится имя многочисленнаго содержанія. На пр. 5: 2, будетъ *содержаніе двойное полуторное* (*dupla sesquialtera*); 7: 3 *двойное полутретнее* (*dupla sesquitertia*); а чѣмъ и содержаніе меньшей неравности означить: то напередѣ также ставится предлогъ *подѣ* (*sub*). На пр. 3: 7 будетъ *содержаніе поддвойное подполутретнее* (*subdupla subsesquitertia*).

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXXIII.

§. 92. *Содержаніе суперпарціенсъ* (*ratio superpartiens*) есть, когда большее количество содержитъ въ себѣ меньшее однажды, и сверхъ того многія нѣсколькія его части, кои всѣ вмѣстѣ взяшыя, не составляютъ одной нѣсколькой части; и такое содержаніе

жаніе въ особливости означается принятымъ за нарѣчіе именемъ превышающихъ частей, и ординальнымъ меньшаго члена. На пр. 5 : 3 будетъ содержаніе *суперпарціенсѣ двѣ трети* (*superbipartiens tertias*); 8 : 5, *суперпарціенсѣ три пятая доли* (*supertripartiens quintas*). Содержаніе *субсуперпарціенсѣ* (*ratio subsuperpartiens*) есть, когда меньшее количество относится къ большому. На пр. 3 : 5 будетъ содержаніе *субсуперпарціенсѣ двѣ трети* (*ratio subsuperbipartiens tertias*). Наконецъ содержаніе *многочисленное суперпарціенсѣ* (*ratio multiplex superbipartiens*) есть, когда большое количество содержитъ съ себѣ меньшее нѣсколько разъ, и сверхъ того многія нѣсколькія его части, кои, взяты будучи вмѣстѣ, не составляютъ одной нѣсколькой части. На пр. 8 : 3 будетъ содержаніе *двойное суперпарціенсѣ двѣ трети* (*ratio dupla superbipartiens tertias*), и обратно 3 : 8; будетъ содержаніе *половинное субсуперпарціенсѣ двѣ трети* (*ratio subdupla subsuperbipartiens tertias*).

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 91. Сообщено было въ опредѣленіи, что превышающія части, вмѣстѣ взятыя, не должны составлять одну нѣсколькую часть меньшаго числа. Ибо, если бы онѣ были будущъ содержать въ себѣ одну такую часть, въ такомъ случаѣ содержаніе дѣленіемъ ея приводится, и бываетъ *суперпартикулярное*. На пр. содержаніе 9 : 6 не есть *суперпарціенсѣ три шестая доли*; но, понеже лишекъ 3 есть нѣсколько часть меньшаго количества, можно раздѣлить оба числа, какъ большое такъ и меньшее на сей лишекъ, понеже большое число содержитъ въ себѣ меньшее и разность (§. 52), и раздѣливъ, произойдетъ содержаніе 3 : 2, которое равняется первому, какъ напоследокъ (§. 120) сказано будетъ; откуда происходитъ содержаніе *суперпартикулярное полуторное*. Изъ чего явствуетъ, что числа, имѣющія общаго дѣлителя, помощію сего, сперва надлежитъ приводить въ простѣйшія формулы, а поучиненіи того, давать имя содержанію.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 92. Но хотя содержаніе и можетъ означаться числами; однако, понеже сіи техническія слова, для яснѣйшаго означенія весьма приличныя, въ частомъ употребленіи находящія у художниковъ; того ради и забла-

го-

горазсуждено изъяснить оныя на семъ мѣстѣ. Простран-
нѣе изъясняеиъ раздѣленія пропорцій Клаві въ Комменті-
иъ Эвклид. кн. V. опред. 4. стран. 354. и слѣд. см. при-
томъ Барровъ лекц. Матем. стран. 31

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XXXIV.

§. 93. *Прогрессія* (*Progressio*) есть порядокъ
многихъ подобныхъ содержаній. Если или *Ариѳметиче-
ская* (*arithmetica*), въ которой все числа имѣютъ
одинакую разность, на пр. 3. 5. 7. 9. и проч. или
Геометрическая (*geometrica*), въ которой все числа
имѣютъ одинакаго знаменателя, или указателя. Та-
кая прогрессія называется также *пропорціею Геомет-
рическою* (*Proportio geometrica*); или *Аналогіею*
(*Analogia*), на пр. 2. 4. 8. 16. и пр. Какъ ша,
такъ и другая, т. е. какъ Ариѳметическая, такъ и
Геометрическая, есть, или *непрерывная* (*continua*),
или *раздѣльная* (*discreta*). Непрерывною называется,
когда между каждыми двумя числами, въ порядкѣ
другъ за другомъ слѣдующими, находится оди-
накая разность, или одинакой знаменатель, какой
примѣры уже предложены. Раздѣльноюжъ называется,
когда однѣ только пары пропорціональныхъ чиселъ
имѣютъ подобную разность, или одинакаго знаме-
нателя. На пр. будетъ прогрессія Ариѳметическая
раздѣльная, 2. 5 = 4. 7. Ибо между средними числа-
ми 5 и 4 есть неодинакая разность. Пропорціяжъ
Геометрическая раздѣльная есть 2 : 4 = 3 : 6, въ
которой также среднія числа 4 и 3 имѣютъ неодина-
кое содержаніе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е I.

§. 94. Въ прогрессіи Ариѳметической непрерывной всякое
большее число происходитъ изъ сложенія разности съ блѣ-
жайшимъ меньшимъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е II.

§. 95. Всякое большее число такой прогрессіи состоитъ изъ самаго
меньшаго и разности столько разъ взятой, сколько есть всехъ
ихъ въ порядкѣ, считая отъ меньшаго безъ единицы. На пр. въ
прогрессіи 3. 5. 7. 9. шестіе число состоитъ изъ двухъ равно-
стней

стей $2 + 2$, изъ перваго 3; четвертоежъ число содержишь въ себѣ при разности и первое.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 96. Для означенія подобія содержаній чиселъ Арифметической прогрессіи, между каждыми двумя ихъ парами, по причинѣ равенства разности пишется знакъ равенства; а само содержаніе Арифметическое означается линѣйкою, такъ какъ знакомъ вычитанія, между числами поставленнымъ. На пр. $5 - 3 = 9 - 7$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 97. Въ такой прогрессіи Геометрической, или пропорціи непрерывной, въ которой каждый послѣдующій членъ въ сужденіи своего предъидущаго въ одинакомъ содержаніи становится больше, всякое послѣдующее число происходитъ изъ умноженія предъидущаго на знаменателя содержанія.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 5.

§. 98. Чего ради второе число есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія; третіе число есть произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія дважды въ умноженіе принятаго; четвертое число есть также произведеніе изъ перваго на знаменателя содержанія, прижды въ умноженіе принятаго, и такъ далѣе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 6.

§. 99. Понеже подобныя содержанія имѣютъ одинакой знаменатель (§. 84.); то о ради между каждыми двумя парами подобныхъ пропорціональныхъ чиселъ правильно ставится знакъ равенства, и пропорція четырехъ пропорціональныхъ чиселъ пишется такимъ образомъ: $2 : 4 = 3 : 6$.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 100. Послѣ показанія въ наукѣ о содержаніи главнѣйшихъ опредѣленій и первыхъ истинъ, кои явствуютъ изъ оныхъ, слѣдуетъ изъяснить главнѣйшія обихъ содержаній свойства, кои весьма употребительны во всей Математикѣ.

Т Е О Р Е М А V.

§. 101. Въ Арифметической прогрессіи состоящей изъ четырехъ членовъ, сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Положимъ, что послѣдующіе члены больше предъидущихъ. Понеже четвертое число происходитъ изъ сложения разности съ третьимъ числомъ (§. 94.); того

го ради сумма первого и четвертаго содержишь въ себѣ первое число, шретье и разность, такъ какъ части: но второе содержишь въ себѣ первое и разность (§ 94.). И пошому, приложивъ его къ шретьему, производимъ изъ того такая сумма, которая имѣетъ тѣ же части, какія и сумма крайнихъ. Слѣдовательно объ суммы, поколику состоятъ изъ равныхъ частей, равны между собою (§. 29.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 102. Чего ради служишь сіе предложеніе въ обоихъ случаяхъ. т. е. хотя чепыре оныя числа будутъ состоятъ въ непрерывной, хотя въ раздѣльной прогрессіи. Ибо въ доказательствѣ разсуждаемо было только происхожденіи втораго и послѣдняго числа.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 103. Ежели въ непрерывной прогрессіи дано будетъ равноразноствующихъ членовъ число равное и больше, нежели чепыре; то и въ такомъ случаѣ, сумма крайнихъ равняея суммѣ среднихъ, отъ крайнихъ въ равномъ разстояніи находящихся. Ибо и въ разсужденіи сихъ чиселъ такоежъ употребляется доказательство; и показывается то, что суммы, такимъ образомъ произшедшія, составляются изъ одинакихъ частей. Пустьъ будутъ шесть членовъ 3. 5. 7. 9. 11. 13: то шестой членъ содержишь въ себѣ пять разъ разность и первый членъ (§. 94.): и придавъ къ тому первой членъ, сумма будетъ имѣть дважды первой членъ, и пять разностей. Также сложи второй членъ съ пятымъ. Понеже второй членъ содержишь въ себѣ однажды и разность и первый членъ (§. 95.); того ради сумма втораго и пятаго состоятъ изъ первого, дважды взятаго, разности, пять разъ къ нимъ приданной. Что самое равнымъ образомъ справедливо и въ разсужденіи суммы шретьяго и четвертаго.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 104. Ежели даны будутъ при только разноразноствующія числа, то сумма первого и шретьяго равняея среднему, вдвое взятому. Ибо по же доказательство, которое выше сего предложено, и здѣсь употребить можно. Понеже второй членъ содержишь въ себѣ однажды разность и первый членъ (§. 95.); онъ же, будучи взятой дважды, содержишь въ себѣ дважды разность и дважды первой членъ; но шретьей членъ содержишь въ себѣ дважды разность и первый членъ. И естли на конецъ приданъ будетъ къ нему первой членъ; то произой-

жетъ изъ того подобная сумма, содержащая въ себѣ дважды первой членъ и дважды разность.

П Р И В А В Л Е Н І Е 4.

§. 105. И вообще, когда число сколькихъ нибудь количествъ Арифметически пропорціональных будетъ неровное, сумма крайнихъ и среднихъ членовъ въ равномъ разстояніи отъ крайнихъ находящихся равняется среднему, взятому. Пусть будутъ пять чиселъ, то сумма первого и пятого состоятъ изъ первого, дважды взятого, и изъ четырехъ разностей: но притомъ число, такъ какъ среднее, содержитъ въ себѣ дважды разность и первый членъ, и по тому оное число, взятое вдвое, содержитъ въ себѣ дважды первой членъ и четырежды разность.

З А Д А Ч А X.

§. 106. Къ даннымъ тремъ числамъ Арифметически пропорціональнымъ найти четвертое число.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

Сложи два послѣднія, и изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ искомое четвертое число. Справедливость сего явствуетъ изъ предвѣдущей теоремы (§. 101.).

З А Д А Ч А XI.

§. 107. Къ даннымъ двумъ крайнимъ числамъ пропорціи Арифметической неоконченной изъ трехъ членовъ стоящей, то есть, къ первому и послѣднему найти среднее число.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

Возьми половину изъ суммы крайнихъ чиселъ; она покажетъ искомое среднее число (§. 104.).

З А Д А Ч А XII.

§. 108. Данъ первой членъ и разность найти какое нибудь число прогрессіи Арифметической.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

Умножь разность на данное число членовъ безъ единицы, къ произведенію придай первый членъ, сумма будетъ искомое число (§. 95.).

§. 109.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 109. Когдаже даны будутъ самый меньшій членъ, самый большій и разность: то число членовъ найдется, еслили изъ самаго большаго вычтемъ самый меньшій и остатокъ раздѣливъ на разность, къ частному числу приложимъ единицу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 110. Еслилиже, кромѣ большаго и меньшаго члена, вѣсто разности, дано будетъ число членовъ; то разность найдется, когда изъ большаго вычтемъ самый меньшій и остатокъ раздѣлимъ на число членовъ безъ единицы.

ЗАДАЧА XIII.

§. 111. Сложить въ одну сумму числа, состоящія въ порядкѣ Арифметически пропорціональных чиселъ.

РѢШЕНІЕ.

Понеже суммы крайнихъ и среднихъ членовъ равны между собою (§. 103.), и такихъ суммъ во всякомъ порядкѣ можетъ сложено быть столько, сколько половинное число количествъ позволяющъ: того ради сумму перваго и послѣдняго умножь на половину числа членовъ всей прогрессіи, или, что все равно, сумму крайнихъ умноживъ на все число членовъ, произведеніе раздѣли на 2; найденное такимъ образомъ число будетъ сумма всѣхъ членовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 112. Еслилиже дана будетъ сумма всѣхъ членовъ, число членовъ, и разность, и требуется найти или самый большій, или самый меньшій членъ; то въ такомъ случаѣ: 1.) сумму всѣхъ членовъ раздѣли на половину числа членовъ. 2.) Поелику частное число будетъ сумма крайнихъ, въ которой находится два раза самый меньшій членъ и разность умноженная на число членовъ безъ единицы: того ради вычтемъ разность умноженную на число членовъ безъ единицы изъ оного частнаго числа, и остатокъ раздѣливъ на 2, получимъ меньшій членъ; къ которому еслили приложимъ опять разность взятую столько разъ, сколько есть всѣхъ членовъ безъ одного, то произойдетъ самый большій членъ.

ТЕОРЕМА VI.

§. 113. Въ пропорціи Геометрической непрерывной, или раздѣльной, состоящей изъ четырехъ чиселъ, произведение крайнихъ членовъ, то есть перваго и втораго, равняется произведению среднихъ, то есть втораго и третьяго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Подобные, или одинакіе множители производящъ одинакія произведенія (§. 58.). Но въ умноженіи крайнихъ и среднихъ пропорциональных чиселъ находящся одинакіе множители. Ибо четвертой членъ происходитъ изъ умноженія знаменателя на третій членъ (§. 97.), и потому произведение изъ перваго и четвертаго произошло изъ множителей, перваго, третьяго члена и знаменателя, между собою умноженныхъ. И понеже второй членъ происходитъ изъ умноженія перваго на знаменателя содержанія (§. 97.): то, еслии третій членъ умножится на второй, произведение изъ того будетъ имѣть множителей подобныхъ первымъ, то есть первой членъ, знаменателя содержанія и третьей членъ. Слѣдовательно оба произведенія крайнихъ и среднихъ равны между собою. Но понеже въ семъ доказательствѣ отношеніе втораго къ третьему не принимается въ разсужденіе: то явствуетъ, что сіе свойство есть общее какъ непрерывной, такъ и раздѣльной пропорціи. На пр. 2: 4 = 8: 16: слѣдовательно 2. 16 = 4. 8 = 32; или, въ раздѣльной пропорціи 2: 4 = 3: 6. есть 2. 6 = 4. 3 = 12.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 114. Если будутъ даны три только пропорціональных числа: то среднее число отню не ится къ обоимъ крайнимъ, и имѣетъ двойное отношеніе, къ первому и третьему; чего ради оно за дважды данное принять бытъ можетъ, и тогда произведение крайнихъ равняется произведению средняго, самаго

самого на себя умноженного, то есть, квадрату онаго (§. 151.). На пр. 2. 4. 8, или, $2:4 = 4:8$, и такъ $2.8 = 4.4 = 16$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 11. Но еслии въ какихъ н. будь четырёхъ числахъ произведение крайнихъ равняется произведению средних; то тѣ числа суть Геометрически пропорціональныя; понеже пропорціональныя только количества имѣютъ сіе свойство. Чего ради, еслии среднія числа перемѣшающа, и третій членъ на мѣсто второго, а второй на мѣсто третьяго поставимъ; то, понеже произведение ихъ тоже будетъ, Слѣдуетъ, что въ четырехъ пропорціональныхъ чиселъ, также переложное, или перемѣшанное содержаніе (alternata, vel permutata ratio) перваго къ третьему, и втораго къ четвертому имѣетъ мѣсто. На пр. въ пропорціи $2:4 = 6:12$ имѣетъ мѣсто слѣдующее переложное среднихъ, или перемѣшанное содержаніе $2:6 = 4:12$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 116. 1. Сверхъ того, ежели два пропорціональныя числа какою пропорціою, то есть, предъидущій и послѣдующій члены сложатся въ одну сумму, и будутъ сравнены съ предъидущимъ, или съ послѣдующимъ, тогда бываетъ пропорціа *сложенная чрезъ сложение* (addendo comparita); покольку въ ономъ произведеніи крайнихъ и среднихъ будутъ также равныя. На пр. $2:4 = 6:12$ будетъ *сложенная пропорціа* $2+4:2 = 6+12:6$; также $2:2+4 = 6:6+12$, и $2+4:4 = 6+12:12$, или, $6:4 = 18:12$, въ которой $6.12 = 4.18 = 72$.

2. Также, ежели два предъидущіе и два послѣдующіе члена будутъ сложены въ одну сумму; явствуетъ, что и сіи суммы имѣютъ такоеже содержаніе, какое было между предъидущимъ и послѣдующимъ; покольку произведение крайнихъ и среднихъ тоже выходитъ. Равномѣрно, ежели и множайшихъ подобныхъ содержаній предъидущіе и послѣдующіе члены сложатся въ одну сумму, производятъ изъ того такую сумму, которая содержится между собою такъ, какъ которой нибудь предъидущій членъ къ своему послѣдующему. И напротивъ, еслии предъидущій членъ будетъ вычтенъ изъ предъидущаго и послѣдующій изъ послѣдующаго, оспашки ихъ имѣютъ первое содержаніе. Тоже самое справедливо и въ разсужденіи вычитанія по слѣдующихъ членовъ изъ предъидущихъ; т. е. что разности ихъ содержатся такъ какъ предъидущіе или послѣдующіе члены, и черезъ членъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 117. Наконецъ, еслии порядкъ непрерывно пропорціональныхъ чиселъ продолжится далѣе, равнымъ образомъ, какъ и въ предъидущей теоремѣ, показать можно, что произведение крайнихъ равняется произведению среднихъ въ равномъ разстояніи отъ крайнихъ находящагося, или,

квадрату средняго, ежели число членовъ будетъ нечетно, е. усть будетъ дано пять членовъ 2. 4. 8. 16. 32. Пятой членъ произойдетъ изъ четырехъ взятаго знаменателя на первой членъ (§. 98.). Слѣдовательно, умноживъ его опять на первой членъ, произведение будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена. Четвертой произойдетъ изъ трижды взятаго знаменателя на первой членъ, а второй есть произведение изъ перваго и знаменателя содержания (§. 98.); чего ради произведение втораго и четвертаго, такъ какъ среднѣхъ членовъ, имѣетъ также множителей, четыре раза знаменателя, и дважды первый членъ и сіе произведение равно первому (§. 58.); и третій членъ, произшедшій изъ дважды взятаго знаменателя на первый, если умножится самъ на себя, произведение будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена, и потому оно точно равняется первымъ произведеніямъ.

ЗАДАЧА XIV.

§. 118. Къ даннымъ тремъ первымъ пропорциональнымъ числамъ найти четвертое число.

РѢШЕНІЕ.

Два послѣднія числа умножь между собою, произведение раздьли на первой членъ, частное число покажетъ искомое четвертое число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже два послѣднія числа, состоящія между первымъ и искомымъ четвертымъ, суть среднія, коихъ произведение равняется произведенію изъ перваго на четвертое (§. 113.); и понеже чрезъ раздѣленіе находится частное число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производитъ дѣлимое (§. 66.); того ради слѣдуетъ, что оное частное число есть искомое четвертое пропорциональное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 119. Обратно, къ даннымъ тремъ послѣднимъ пропорциональнымъ числамъ находится первое, если два данныя первые числа, которыя въ такомъ случаѣ почитаются за среднія между третьимъ и искомымъ первымъ, будутъ умножены взаимно между собою, и произведение раздѣлится на третье число.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 120. Сии два правила, помощію которыхъ изъ трехъ пропорціональных чиселъ находится четвертое, или первое число, для великой пользы золотыми, также тройными правилами называющся. И первое изъ оныхъ, когда изъ трехъ данныхъ первыхъ чиселъ находится четвертое, прямымъ (*Directa*); а другое, когда изъ трехъ данныхъ послѣднихъ чиселъ, находится первое возвращительнымъ, или обратнымъ (*Reciprocata, vel inversa*) называется, о употребленіи которыхъ, при рѣшеніи разныхъ задачъ, ниже сего въ особливои главѣ изъяснено будетъ пространнѣе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е .

§. 121. Когда даны два крайнія числа, и требуется найти среднее число: то въ такомъ случаѣ произведеніе крайнихъ должно раздѣлять такимъ образомъ, чтобъ произшло изъ того такое число, которое бы, будучи умножено само на себя, равнялось произведенію крайнихъ. Но для сей практики надлежитъ знать извлеченіе извѣстнаго радикала, о чемъ ниже сего глав. V. сказано будетъ.

ТЕОРЕМА VII.

§. 122. Произведенія пропорціональных чиселъ, на одно и тоже число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ множимыя пропорціональныя числа 3 : 6. Когда множитель 4 умножится на первое число 3, то будетъ единица къ множителю 4 содержаться, такъ какъ множимое число 3 къ произведенію 12: равнымъ образомъ, когда множитель 4 умножится на другое число 6, то единица къ множителю 4 будетъ содержаться, такъ какъ множимое число 6 къ произведенію 24 (§. 57.). Но содержаніе единицы къ одному шомужъ множителю всегда себѣ

подобно, или равно: слѣдовательно и прочія содержанія 3 : 12 и 6 : 24 будутъ подобны (§. 24.). И какъ извѣстно, что въ подобныхъ содержаніяхъ можно употребить преложеніе членовъ (§. 115.): то будетъ $3 : 6 = 12 : 24$, т. е. произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое, число умноженныхъ, имѣющъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ТЕОРЕМА VIII.

§. 123. Частныя числа пропорціональныхъ чиселъ, на одно и тоже число раздѣленныхъ, имѣютъ одинакое содержаніе съ первыми данными числами.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ дѣлимые пропорціональныя числа 12. 24 на одно тоже число 4: то въ обоихъ случаяхъ единица къ дѣлителю содержится, такъ какъ частное число къ дѣлимому (§. 64.), изъ чего производящъ слѣдующія пропорціи:

$$1 : 4 = 3 : 12$$

$$1 : 4 = 6 : 24$$

И понеже единица къ одному помужъ дѣлителю имѣетъ всегда одинакое содержаніе, то будетъ (§. 24.) $3 : 12 = 6 : 24$, или чрезъ членъ (§. 115.)

$$3 : 6 = 12 : 24 \text{ Ч. н. д.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 124. Слѣдовательно если въ пропорціи геометрической котораго нибудь содержанія члены будутъ умножены, или раздѣлены на какое нибудь шрестіе число: то произведенія, или частныя числа будутъ между собою содержаться такъ, какъ другаго содержанія члены. (§. 24.). Тоже самое разумѣть должно какъ о предъидущихъ, такъ и о послѣдующихъ членахъ содержанія.

ТЕО.

ТЕОРЕМА IX.

§. 125. ВЪ прогрессіи Геометрической не прерывной знаменатель безъ единицы содержится къ единицѣ такъ, какъ разность крайнихъ членовъ къ суммѣ всѣхъ членовъ безъ самаго большаго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетъ прогрессія: 162, 54, 18, 6, 2; то, поелику $162 : 54 = 54 : 18 = 18 : 6 = 6 : 2$, (§. 93.) будетъ также $162 - 54 : 54 = 54 - 18 : 18 = 18 - 6 : 6 = 6 - 2 : 2$, и $162 - 54 + 54 - 18 + 18 - 6 + 6 - 2$, ш. е. $162 - 2 : 54 + 18 + 6 + 2 = 6 - 2 : 2$. (§. 116.).

Но $6 : 2 = 3 : 1$, ш. е. предпоследній членъ къ послѣднему соотнесъ такъ, какъ знаменатель къ единицѣ (§. 63. 80. 83.) и пошому $6 - 2 : 2 = 3 - 1 : 1$ (§. 116.) слѣдовательно $162 - 2 : 54 + 18 + 6 + 2 = 3 - 1 : 1$. §. 25).
Ч. в. д.

ЗАДАЧА XV.

§. 126. Найти сумму всѣхъ членовъ прогрессіи Геометрической непрерывной; когда будутъ даны самый большой членъ, самый меньшій и знаменатель.

РѢШЕНІЕ.

Самый меньшій членъ вычти изъ самаго большаго и пошомъ къ знаменателю безъ единицы къ единицѣ и къ найденной разности приискавъ четвертое промоторціональное число (§. 118), приложи къ оному самый большой членъ; произшедшее изъ того число будетъ сумма всѣхъ членовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 126. Еслиже даны самый большой членъ, самый меньшій, сумма всѣхъ членовъ, и требуется найти знаменателя; то въ такомъ случаѣ къ суммѣ всѣхъ членовъ безъ самаго большаго, къ разности крайнихъ и къ единицѣ при-

прииславъ четвертое пропорціональное число (§. 118.); придай единицу найденное число будетъ искомоу знаменателю.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 128. Не многія предложенія, о которыхъ теперь предложено изъ наиполѣзнейшей главы о пропорціяхъ, во первыхъ достойны примѣчанія, понеже на нихъ утверждаются и прочія сего рода истинны; большежъ о томъ ниже сего, помощію всеобщей Ариеметики, въ Аналитической наукѣ пристойнѣе и короче доказано будетъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О ломаныхъ числахъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 129. Ломаное число (*Numerus fractus*) есть часть цѣлаго, или единицы представляющей нѣкое цѣлое, состоящее изъ извѣстнаго числа частей. На пр. ежели цѣлое имѣетъ пять частей, и изъ оныхъ взята будетъ одна часть, или больше: то число, означающее оную часть, называется *ломанымъ*, также *дробью* (*Fractio*). Но правильнѣе бы называлось *частью*, или *долею цѣлаго* (*Pars integri*).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

— §. 130. Дробь изображается двумя числами, отдѣленными между собою линіею, изъ которыхъ верхнее опредѣляетъ самую часть цѣлаго, и называется *числителемъ* (*Numerator*); а нижнее означаетъ всѣ части цѣлаго, и называется *знаменателемъ* (*Denominator*). На пр. $\frac{3}{5}$ три части цѣлаго, которое имѣетъ пять частей.

П Р И Б А В Л Е Н І Е I.

§. 131. И такъ количество дробіи состоитъ въ содержаніи числителя въ знаменателю; и чѣмъ больше единицъ знаменателя содержишь въ себѣ числитель, тѣмъ больше дробь бываетъ.

П Р И

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 132. Для тойже причины, естли, непрерывная числителя, увеличишь знаменателя чрезъ умноженіе въ нѣсколько кратъ то во столько же кратъ дробь уменьшится. То есть, ежели умножишь знаменателя на 2. то дробь будетъ взята по половинная; понеже знаменатель здѣлавшись вдвое больше, содержитъ въ себѣ и числителя вдвое больше разъ противъ прежняго. Равнымъ образомъ, ежели знаменатель прижды, или четьрежды, чрезъ умноженіе самъ съ собою будетъ сложенъ: то происходитъ изъ того шестья и четьвертая часть дроби. Или, половинная, шестья, и проч. часть дроби берется, умножая знаменателя на 2, на 3 и проч.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 133. Но не непрерывная знаменателя, когда части приклады ваются къ числителю, дробь увеличивается.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 134. Ежели случится то, что сумма единицъ въ числителѣ будетъ больше знаменателя: то такая дробь будетъ больше дѣлаго, какая обыкновенно называется *неправильною* (*impropra*).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 5.

§. 135. Когдажъ числителя и знаменателя умножишь, или раздѣлишь на одно число, понеже содержаніе чиселъ не перемѣняется (§. 121. 123.): то и дробь не перемѣняется, но имѣетъ то же точное количество.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XXXVII.

§. 136. Чистая дробь (*Fraçtio pura*), какая досихъ мѣстѣ описывана, есть, которая имѣетъ числителя и знаменателя; *смѣшеннаяжъ* (*Mixta*) есть при которой находится цѣлое. На пр. $2\frac{3}{4}$.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XXXVIII.

§. 137. *Приведеніе дробей* (*Reductio fractionum*) называется всякая такая практика, чрезъ которую видъ дробей перемѣняется, чтобъ удобнѣе можно было разумѣть количество и знаменованіе оныхъ. На пр. ежели большія числа приведены будутъ въ меньшія, или знаменатель дроби сравнится съ другимъ извѣстнѣйшимъ, или изъ разныхъ знаменателей произведенъ будетъ одинъ общій.

О П Р Е Д Ѣ Л Е Н І Е XXXIX.

§. 138. Самая большая общая мѣра дроби (*communis mensura maxima fractionis*) есть самой большой дѣлитель обѣихъ чиселъ, помощію котораго

ОНЫЯ

оня числа приводятся въ самыя меньшія, имѣющія съ первыми равное содержаніе.

З А Д А Ч А XV.

§. 139. Найти самую большую общую мѣру двухъ чиселъ дробей.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Большее число раздѣли на меньшее, и меньшее на остатокъ.
2. Если во второмъ дѣленіи чтонибудь еще останется: то предѣдущаго дѣлителя раздѣли на сей остатокъ, и такое дѣйствіе дѣлае продолжай до тѣхъ поръ, пока не дойдешь до такого числа, которое раздѣляется меньшее послѣднее число безъ остатка. Послѣдній сей дѣлитель, которой не оставляетъ никакого остатка, будетъ самая большая мѣра двухъ чиселъ.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Ибо если послѣдній дѣлитель содержишь безъ остатка въ остальномъ дѣлимомъ числѣ: то онъ будетъ также мѣрою и предѣдущихъ чиселъ, то есть большаго и меньшаго числа, которыя разнствуютъ между собою тѣмъ остаткомъ; потому что въ большемъ числѣ содержишь меньшее съ остаткомъ (§. 32.). Что тотъ же послѣдній дѣлитель будетъ при томъ самая большая мѣра обоихъ чиселъ; то сіе доказываетъ Эклидъ тѣмъ, что сему противное есть невозможно. Кн. 7. предл. 2. Тоже самое нѣсколькими примѣрами показать можно. На пр. дана дробь $\frac{16}{72}$, въ которой 72 раздѣливъ на 16, останется 8; но меньшее число 16, раздѣливъ на 8, ничего не остается, и потому число 8, какъ на оное оба числа раздѣляются безъ остатка, будетъ общая мѣра обоихъ чиселъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 140. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей числитель и знаменатель суть большія числа: то оныя чрезъ раздѣленіе на самую большую общую мѣру приводятся въ меньшія

чи-

числа, составляющія дробь равную первой (§. 135.). Но въ меньшихъ числахъ, въ коихъ общія мѣры, хотя не самыя большія, скоро найтись можно, справедливо оставляются тѣ обстоятельства, кои наблюдаются при сыскиваніи самой большей мѣры.

ЗАДАЧА XVI.

§. 141. Привести неправильныя дроби въ цѣлыя числа, или въ смѣшанныя дроби.

РѢШЕНІЕ.

Понеже числитель неправильной дроби есть больше знаменателя (§. 134.): того ради числитель ея дѣлится на знаменателя, частное число покажетъ, сколько разъ неправильная дробь содержитъ въ себѣ цѣлое (§. 63.). Еслижъ что сверхъ того останется, то оное, какъ дробь, приписывается къ цѣлому, и производится изъ того искомая смѣшенная дробь. На пр. $\frac{13}{4}$ содержитъ въ себѣ 3 и $\frac{1}{4}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 142. Обратно, данная смѣшенная дробь превращается въ числую, когда цѣлыя, находящіяся при дроби, умножаются на знаменателя, къ произведенію придается числитель, и подъ суммой подписывается знаменатель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 143. И цѣлыя принимаютъ видъ чистой дроби, когда подъ оныя, проведши линію, подписывается единица. На пр. $\frac{3}{4}$ суть три цѣлыя.

ЗАДАЧА XVII.

§. 144. Дѣл дроби, или больше, имѣющія разныхъ знаменателей привести въ равныя имъ, имѣющія одинакаго знаменателя.

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Если дано будетъ привести дѣл дроби, то знаменатель каждой дроби умножается на числителя и знаменателя другой, такимъ образомъ произойдутъ равныя дроби (§. 135.), имѣющія одинакаго знаменателя; понеже нижнія числа, то есть, знаменатели, будучи умножены между собою дважды, неопшѣнно должны произвести равныя произве-

денія (§. 58.): На пр. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15} \cdot \frac{10}{15}$.

Случай 2. Если дано будетъ привести большіе дроби, то:

1. Умножаются всѣ знаменатели взаимно между собою, произведеніе изъ шого будетъ общій знаменатель.

2. Сей знаменатель дѣлится на знаменателя каждой дроби, и частныя числа умножаются на соотвѣствующіхъ числителей, произведенія изъ шого покажутъ числителей, кои, будучи поставлены надъ общимъ знаменателемъ, производятъ дроби равныя даннымъ одинакого знаменованія. На пр. дроби $\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ будетъ общей знаменатель 105, чего $\frac{1}{7} = 15$, $\frac{2}{3} = 21$ и $\frac{2}{3} = 35$; чего ради $\frac{1}{7} = \frac{15}{105}$ и $\frac{2}{3} = \frac{63}{105}$ и $\frac{2}{3} = \frac{70}{105}$.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Основанія рѣшенія, въ разсужденіи перваго случая, выше сего уже показаны; во впоромъ же случаѣ явствуетъ то, что чрезъ дѣленіе общаго дѣлителя, находящаяся такіа частныя числа, коихъ произведенія на числителей къ общему знаменателю имѣютъ такое же содержаніе, какое первыя числители имѣли къ своимъ знаменателямъ. Ибо нѣсколькую часть, чрезъ дѣленіе каждаго знаменателя найденную, беру я столько разъ, сколько единицъ находишься въ числителяхъ. На пр. понеже $\frac{1}{7} = \frac{15}{105}$: то будутъ $\frac{4}{7}$ вчетверо больше $\frac{60}{105}$. И потому найденныя такимъ образомъ дроби равны первымъ (§. 124.), и припомъ имѣютъ одинакого знаменателя.

П Р И В А Б Л Е Н І Е .

§ 145. Когда дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей, тогда онѣ содержатся между собою, какъ числители. На пр: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ имѣютъ содержаніе 2: 4 половинное.

З А Д А Ч А XVIII.

§. 146. Сложить ломанья числа.

РѢШЕ.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Ежели данныя ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей, то одни только числители, поколику они означающъ части цѣлаго (§. 130.), складываются, и подъ суммою ихъ подписывается общій знаменатель (§. 133.).
2. Ежелижѣ данныя ломаныя числа будутъ имѣть разныхъ знаменателей, то оныя сперва приводятся къ одинакому знаменателю (§. 144.), а по томъ уже складываются ихъ числители. На пр. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

- §. 147 Когда цѣлыя съ дробями, или дроби съ цѣлыми складываются, тогда происходитъ изъ того смѣшенная дробь, о которой выше сего сказано (§. 136-141.).

З А Д А Ч А XX.

§. 148. Вычестъ между собою ломаныя числа.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

Также приводятся дроби къ одинакому знаменованію (§. 144.), ежели не имѣютъ онаго; по томъ числитель меньшей дроби вычитается изъ числителя большей, и подъ остаткомъ подписывается общій дѣлитель. На пр. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

- §. 149. Когда надлежитъ вычитать дроби изъ цѣлыхъ чиселъ, тогда цѣлое число, или, ежели оно содержитъ въ себѣ многія единицы, одна покомъ единица, отъ онаго отнятая, приводится сперва къ такому знаменателю, какое имѣетъ дробь (§. 142.), и потомъ дѣлается вычитаніе. На пр. изъ 1 надлежитъ вычестъ дробь $\frac{2}{3}$, то будетъ $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Еслииже требуется вычестъ дробь смѣшенную изъ смѣшенной же; то вычитается прежде дробь числая, при вычитаемомъ числѣ находящаяся, изъ такоу же дроби находящейся при другомъ числѣ, а потомъ цѣлое число изъ цѣлаго, наблюдая при томъ то, что, еслии числая дробь, при вычитаемомъ числѣ находящаяся, будетъ больше другой; то въ такомъ влучаѣ занятая отъ цѣлаго числа единица приводится прежде съ дробью, при числѣ, изъ котораго вычитать надлежитъ, находящеюся, въ смѣшенную, а потомъ уже дѣлается вычитаніе.

ЗЛАЧА XXI.

§ 150. Умножить ломанья числа на цѣлыя, и между собою.

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя цѣлыя числа умножаются на числитель дроби (ибо она подлинно есть та часть, которую надлежитъ складывать саму съ собою столько разъ, сколько единицъ находится въ множителѣ) (§. 130.), и подѣ произведеніемъ подписывается знаменатель безъ перемѣны. На пр. $\frac{2}{3}$ умноживъ на 5, будетъ произведение $\frac{10}{3}$.
2. Въ чистыхъ же дробяхъ умножается числитель на числителя, и знаменатель на знаменателя, и оное произведение за числителя, а сіе за знаменателя произведенной дроби принимается. На пр. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 135.).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенія доказывается такимъ образомъ: умноживъ знаменателя, не премѣняя числителя, дробь уменьшается (§. 132.), или берется такая ея часть, какую означаетъ содержаніе единицы къ множителю. На пр. дроби $\frac{2}{3}$ нижнее число 3, будучи умножено на 4, производитъ $1\frac{2}{3}$, или четвертую часть первой дроби. Но ежели и числитель дроби умножится на числителя, то будетъ взято столько частей, сколько единицъ содержитъ въ себѣ числитель множителя. На пр. $1\frac{2}{3}$, будучи умножены на 2, производятъ въ двое больше $1\frac{2}{3}$, и по тому умноженіе сдѣлано было правильно (§. 57.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 151. Понеже чрезъ умноженіе дроби не та же самая дробь складывается сама съ собою нѣсколько разъ, но токмо берется такая ея часть, какую означаетъ умножающая дробь; по чему и не удивительно, что производимая дробь меньше первой. Когдажъ дробь будетъ неправильная, содержащая въ себѣ цѣлое число однажды, или нѣсколько разъ, тогда и произведение бываетъ больше множимаго.

§. 152. Раздѣлить дробь на дробь.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

Обороти дробь дѣлителя, и противоположенный верхній и нижній числа умножь между собою, произведение, въ видѣ дроби написанное, будетъ представлять частное число. На пр. $\frac{2}{3}$ должно раздѣлить на $\frac{2}{5}$, оборотивъ дѣлителя $\frac{2}{3}$ произведение $\frac{1}{3} \cdot 2 = 2$ показываетъ, что дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ дважды.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Чрезъ дѣленіе находится содержаніе количествъ, сколько разъ меньшее содержится въ большемъ (§. 63.), и такое содержаніе познается, когда числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя, безъ онаго, сравниваются между собою (§. 145.); но ежели дробей, одну изъ нихъ оборотивъ, противоположенный верхній и нижній числа умножась между собою: то производятъ изъ того числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя; ибо находясь оныя чрезъ умноженіе числителя одной дроби на знаменателя другой (§. 144. нум. 1.). И по тому никакого нѣтъ сомнѣнія, что, оборотивъ сперва дѣлителя, послѣ того произведенія противоположенныхъ чиселъ показываютъ содержаніе двухъ дробей (§. 80.), или частное число.

П Р И В А В Л Е Н І Е I.

§. 153. Когда надлежитъ раздѣлить цѣлое число; то, понеже цѣлыя, подписавъ подъ оныя единицу, принимаютъ видъ дроби (§. 143.), ежели дробь дѣлящая оборотится: то знаменатель ея, на данное цѣлое число умноженной, подписавъ подъ него числителя, будетъ показывать ча

етное число. На пр. 6 должно раздѣл. на $\frac{2}{4}$, то $\frac{6 \cdot 4}{1 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 12$, то есть половина въ шести цѣлыхъ содержится двенадцать разъ.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 154. Также удивляться не должно, что частное число въ семъ дѣленіи производитъ больше дѣлимаго, понеже спрашивается здѣсь содержаніе дробей между собою, и съ цѣлыми числами сравненныхъ (§. 80.). Ибо какъ сморо содержится дробь въ другой дробѣ однажды, или нѣскольکو разъ, частное число должно изображено быть неправильною дробью, которая содержитъ въ себѣ одно цѣлое, или больше (§. 134.).

З А Д А Ч А XXIII.

§. 155. Привести всякую дробь въ равную ей другую, коей знаменатель данъ.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже тѣ дробѣ равны между собою, коихъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ подобное содержаніе (§. 131.); то когда числитель и знаменатель одной дроби, и слѣдовательно ихъ содержаніе между собою извѣстно: для даннаго знаменателя найдется соотвѣствующій въ подобномъ содержаніи числитель по задачѣ въ §. 118. предложенной. Ибо служить здѣсь слѣдующая пропорція: какъ знаменатель данной дроби къ своему числителю, такъ данной знаменатель содержится къ соотвѣствующему своему числителю. Чего ради данной знаменатель умножается на числителя дроби, а произведеніе изъ того дѣлится на знаменателя, и такимъ бразомъ находится частное число, показывающее числителя, которой надлежитъ поставить надъ знаменателемъ. На пр. требуется найти дроби $\frac{2}{3}$, равную, коей знаменатель уже данъ 24: то располагающа членъ такимъ образомъ:

$$3 : 2 = 24 : 16$$

$$\text{слѣдоваѣ. } \frac{2}{3} = \frac{16}{24}.$$

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 146. Чего ради помощію сего способа всякая малая дробь, коей знаменатель изображаетъ цѣлое, на необыкновенныя части раздѣленное, можетъ сравнена быть съ частью такого цѣлаго, коего раздѣленіе вообще принято другое. На пр. ежели даны будутъ $\frac{4}{13}$ фунт. который раздѣляется на 12 унц. то по предѣидущему правилу будетъ $12 : 4 = 48$, и $48 : 15 = 3\frac{3}{5}$. или $3 + \frac{3}{5}$ унц. показывающъ знаменованіе дроби.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 157. Нѣшъ нужды изъяснять въ особенности о дробяхъ дробей, потому что, умноживъ ломаныя числа взаимно между собою, производятъ изъ того простыя дроби, о которыхъ довольно изъяснено. На пр. ежели должно будетъ взять $\frac{2}{8}$ изъ $\frac{4}{8}$: то произведеніе $\frac{8}{64}$, или $\frac{1}{8}$ показываетъ искомую частьцу, то есть, $\frac{1}{8}$ есть третья часть половины.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О

ИЗВЛЕЧЕНІИ КВАДРАТНЫХЪ И
КУБИЧЕСКИХЪ РАДИКСОВЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 158. Квадратное число (numerus quadratus) есть, которое производитъ изъ умноженія всякаго числа самого на себя. Радиксъ (radix) квадратной есть самое то число, которое, будучи умножено само на себя, производитъ квадратъ. Квадраты деваши единиць представляетъ слѣдующая таблица:

квадраты	1	2	3	4	5	6	7	8	9
квадраты	1	4	9	16	25	36	49	64	81

ТЕОРЕМА X.

§. 159. Квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радикаль.

Д 3

ДО-

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О .

Понеже квадраты производятся изъ умноженія чиселъ самихъ на себя; шого ради, ежели два пропорціональные числа $2:4$ взяты будутъ вмѣсто радикасовъ, явствуетъ, что въ пропорціи изъ такихъ пропорціональных чиселъ, дважды поставленныхъ, состоящей $2:4 = 2:4$ для произведенія квадратовъ, умножающа между собою два предъидущія и два послѣдующія числа, и произшедшія изъ шого два произведенія имѣютъ удвоенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§ 87.); слѣдовательно квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радикасовъ.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XII.

§. 160. *Извлеченіе квадратнаго радикаса* (extractio radicis quadratae) есть способъ находить квадратной радикасъ изъ даннаго квадратнаго числа.

З А Д А Ч А XXIV.

§. 161. *Извлечь квадратной радикасъ изъ даннаго числа.*

Р Ъ Ш Е Н І Е .

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по два знака.
2. Изъ послѣдняго класса, къ лѣвой рукѣ, вычпи квадратъ равной, или, есшли шого здѣлать не можно, ближайше меньшей (§. 158.), остатокъ подпиши подъ лѣвымъ классомъ, а радикасъ поставь за линіею вмѣсто частнаго числа.
3. Къ остатку снесши слѣдующій классъ, удвой найденной радикасъ, и удвоенной такъ, какъ новаго дѣлителя, напиши подъ лѣвымъ знакомъ слѣдующаго класса, и ежели удвоенной радикасъ будетъ состоять изъ многихъ знаковъ; шю прочіе его знаки снавь къ лѣвой рукѣ подъ оставшимися послѣ вычитанія знаками.

4. По томъ смотри, сколько разъ новой дѣлитель содержитсѣ, въ соотвѣствующихъ ему знакахъ, и частное число поставь подѣ первого, написавъ также оное же и на порожнемъ мѣстѣ подѣ снесеннымъ классомъ, т. е. подѣ правымъ его знакомъ.
5. Произведеніе сего дѣлителя на новое частное число вычши изъ дѣляемаго числа, и остатокъ, ежели какой будетъ, замѣнь подѣ линіею.
6. Показанное дѣйствіе (нум. 3. 4. 5) повторяй столько разъ, сколько классовъ рѣшаемаго числа сверхъ того остается, и рѣшеніе, или извлеченіе, продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.
7. Ежели по окончаніи сего дѣленія чтонибудь останется отъ рѣшаемаго числа, то хотя и никогда не можно найти совершеннаго его радикала; однако могутъ еще найдены быть десятичныя дроби, помощію которыхъ можно ближайше подойти къ истинному радикасу. То есть, придаются къ оставшемуся числу, одинъ классъ, два класса, или больше, имѣющіе по два нуля, и продолжается показанная практика извлеченія. Ибо по приложеніи одного класса нулей, находятся остаточныя десятичныя части, помощію жъ другаго класса нулей дѣлаются извѣстными сотыя части, и такъ далѣе тысячныя и меньшія оныхъ, ежели угодно, сыскиваются.

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 1.

$$\begin{array}{r}
 40 \overline{) 9664} \\
 \underline{36} \\
 496 \\
 \underline{124} \\
 4 \\
 \underline{496} \\
 600
 \end{array}$$

Д 4 При-

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 2.

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 59} \quad (27 \frac{1}{3}) \\
 \underline{4} \\
 3 59 \\
 \underline{47} \\
 7 \\
 \underline{3} 9 \\
 \underline{30} 00 \\
 5 45 \\
 \underline{5} \\
 27 25 \\
 \underline{27} \\
 275.
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 162. Радиксъ такого числа, которое есть не квадратное, называется глухимъ (*surda*), или ирраціональнымъ (*irrationalis*), пошому что не можно выговорить и изобразить его цѣлыми числами, или понеже содержаніе его къ единицѣ есть не изобразимое и таковой радиксъ единицѣ есть несоизмѣримой. Между тѣмъ учимъ насъ Геометрія, какимъ образомъ ирраціональной радиксъ можеть изображенъ быть линіею. См. ниже (§. 196. Геом.). Доказательствожъ на правила извлеченія квадратнаго и кубическаго радикса, ниже въ Аналитикѣ показано будетъ. Между тѣмъ справедливость правилъ можеть изъяснена быть повѣреніемъ примѣровъ. То есть, практика за правильно сдѣланную почитается тогда, ежели по умноженіи частнаго числа самаго на себя и по придачѣ къ произведенію ошатка, естли какой находится, произойдетъ то количество, изъ котораго извлеченъ былъ радиксъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 163. Кубическое число (*numerus cubicus*) есть, которое происходитъ изъ умноженія квадрата на

на радикасъ; и извлеченіе кубическаго радикаса (extractio radicis cubicae) есть способъ находить тошъ же самой радикасъ изъ даннаго куба. Кубы девяти первыхъ единицъ суть слѣдующіе:

радик.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
кубы.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА XI.

§. 164. Кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радикасовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, взявъ два радикаса 2; 4 вмѣсто пропорціональныхъ чиселъ, для произведенія куба должны умножены быть три радикаса (§. 163.); того ради слѣдуетъ, что и въ такомъ случаѣ три пропорціональные предъидущіе, и три послѣдующіе равные члены $2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4$ производяшъ кубы. Но произведенія трехъ предъидущихъ и трехъ послѣдующихъ членовъ имѣютъ утроенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 86.); слѣдовашельно кубы имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радикасовъ.

ЗАДАЧА XXV.

§. 165. Извлечь кубической радикасъ изъ даннаго числа.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки такимъ образомъ, чтобы въ каждомъ было по три знака, выключая послѣдней отъ лѣвой руки, въ копоромъ можетъ быть три, два и одинъ.

Д 5 2.

2. Изъ послѣдняго лѣваго класса вычти кубъ или равной, или ближайше меньшей, которой надлежитъ взять изъ вышепредложенной таблицы, остатокъ поставь подъ тѣмъ же лѣвымъ классомъ, а радикасъ напиши за линією. Но такая практика въ томъ же примѣрѣ не повторається.
3. По томъ частное число, или радикасъ возми впрое и взяшой впрое умножь на самой радикасъ.
4. Подъ правымъ знакомъ снесеннаго къ остатку слѣдующаго класса поставь единицу, подъ среднимъ частное число, трижды взятое, а подъ шретьимъ напиши произведеніе изъ частнаго числа самого на себя взяшаго, и потомъ умноженнаго на три, или новой дѣлитель.
5. Сиі внизу подписанныя числа, имѣя вмѣсто дѣлителей, смотри, сколько разъ онѣ могушъ вычтены бытъ изъ верхнихъ (однако надлежитъ здѣсь принимать въ разсужденіе слѣдующія произведенія, и сумму, изъ оныхъ произойти имѣющую), и найденное частное число поставь подъ перваго за линією.
6. Новое частное число напиши также на лѣвой сторонѣ прошивъ произведенія изъ перваго частнаго числа, самого на себя умноженнаго и взяшаго трижды; надъ новымъ частнымъ числомъ, прошивъ трижды взяшаго перваго частнаго числа, поставь квадращъ его; наконецъ надъ квадрашомъ прошивъ единицы поставь кубъ новаго частнаго числа.
7. Противоположенные числа умножь взаимно между собою, и произведенія изъ того сложивъ, сумму вычти изъ знаковъ, находящихся надъ кубомъ, а остатокъ напиши подъ линією.
8. Къ остатку снеси слѣдующій классъ, что отъ правой руки, и подобное дѣйствіе продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

9. Ежели по раздѣленіи всѣхъ классовъ сверхъ того останетсѣ какой оштакшъ, то оной хотя и показываешъ, что данное число естъ не кубическое, и точнаго радика изъ него извлечь не можно; однако, ежели за благоразсудишѣ, придай къ оному оштаку одинъ, или больше классовъ, имѣющихъ по при нуля, и продолжая по прежнему извлеченіе, найди десятичныя дроби, кошоры бы шочнѣ опредѣляли частное число. На пр.

$$\begin{array}{r}
 157464 \text{ (54)} \\
 \underline{125} \\
 32464 \\
 \text{кубъ 64} \quad 1 \\
 \text{квадрашъ 16} \quad 15 \text{ шрижд. взяш.} \\
 \text{радиксъ 4} \cdot 75 \text{ произв.} \\
 \underline{300} \\
 240 \\
 \underline{64} \\
 32464 \\
 \underline{00000}
 \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. И сей практики дѣлается повѣрка, взявъ кубъ радика, и приложивъ къ тому оштакшъ, ежели какой естъ; ибо такимъ образомъ находится то число, изъ кошораго дѣлано было извлеченіе.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

О

ПРАВИЛАХЪ ПРАКТИЧЕСКОЙ АРИѦМЕТИКИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 167. *Правила практической АриѦметики (regulae Arithmeticae Practicae)* суть, помощію кошорыхъ, принявъ

навѣ въ помощь науку о пропорціяхъ, рѣшатся разныя задачи, которыя случаются, въ разсужденіи сравненія особенныхъ вещей, въ контрактахъ и другихъ случаяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 168. Сихъ правилъ вообще щитаются четыре: первое правило пропорцій, второе товарищества, третье смѣшенія, четвертое положенія. Но видно будетъ изъ слѣдующихъ, что три послѣднія правила зависятъ отъ перваго, и происходятъ изъ сложенія и повторенія онаго.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLIV.

§. 169. *Тройное правило*, или *золотое* (*regula trium, siue aurea*), о которомъ выше уже (§. 120.) упомянуто, есть, чрезъ которое къ премъ даннымъ пропорціональнымъ числамъ находится четвертое. *прямое правило* есть, или *прямое* (*directa*), когда къ премъ даннымъ первымъ числамъ находится четвертое; или *превращенное и возвратительное* (*inversa, vel reciproca*), когда къ премъ даннымъ послѣднимъ числамъ находится первое.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 170. Чего ради *прямое правило* употребляется только при сравненіи такихъ количествъ, которыя состоятъ въ Геометрическомъ прямомъ содержаніи. На пр. когда въ куплѣ и продажѣ вещи сравниваются съ цѣною.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 171. *Возвратительное* же правило употребляется, когда сравниваемые вещи имѣютъ обратное содержаніе, которое бываетъ тогда, когда два сравниваемыхъ содержанія имѣютъ между собою такое отношеніе, что, еслили въ первомъ содержаніи послѣдующій членъ въ разсужденіи предъидущаго увеличивается, то во второмъ послѣдующій въ такой же пропорціи уменьшается въ разсужденіи своего предъидущаго, или обратно. На пр. когда число работниковъ сравнивается

во временемъ, которое они употребляютъ на какое дѣло, тогда будетъ обратное содержаніе, по тому что малое число работниковъ не скоро, а большое число оныхъ скорѣе должны кончить свое дѣло. Ибо, ежели 6 человекъ работниковъ сдѣлаютъ какое дѣло въ 8 дней, послѣдуетъ, что 12 человекъ работниковъ могутъ привести къ концу то же дѣло въ 4 дни.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 172. Изъяснить правила и случаи тройнаго прямого правила.

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ изъ трехъ первыхъ чиселъ находится четвертое; того ради данныя три числа расположивъ такимъ образомъ, чтобы на второмъ мѣстѣ было то количество, при которомъ дѣлается запросъ о величинѣ искомаго; на первомъ одинакаго съ нимъ роду; а на третьемъ подобное искомому, два послѣднія умножь между собою, и произведеніе раздѣли на первое, частное число покажетъ искомое число (§. 118.).
2. Случаевъ же особливо есть три; ибо или 1) дающія три простые члена, или 2) иные изъ оныхъ бывающіе изъ многихъ простыхъ сложенные; наконецъ 3) случающіяся ломаныя числа, или однѣ, или съ цѣлыми смѣшанныя. Всѣ сіи случаи въ лекціяхъ пространнѣе изъясняются примѣрами.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 173. И такъ, послѣдуя тройнаго правила вся сущность состоитъ въ сравненіи пропорціональныхъ, потому что здесь говорится: какъ первой членъ содержится во второмъ, такъ третій къ четвертому; или чрезъ членъ (§. 115.), какъ первой къ третьему, такъ второй къ четвертому, и послѣдуя свѣдѣнію того извѣстно, что, ежели пропорціональныя числа раздѣлятся на одинакое число, производятъ изъ того тѣмъ частныя числа, которые имѣютъ одинакое содержаніе съ раздѣленными числами (§. 123.); то слѣдуетъ, что сокращеніе можетъ сдѣлано быть рѣшеніе тройнаго правила, ежели первой и второй, или первой и третьей члены чрезъ общаго дѣлителя приведутся въ меньшія числа, коихъ бы умноженіе и дѣленіе скорѣе сдѣлать можно было. На пр. 60: 40 = 24: 16, раздѣливъ первые члены на 20, производитъ другая равная пропорція 3: 2 = 24: 16, или раздѣливъ пер-

первой членъ и третій на 12, происходитъ такая пропорція 5: 40 = 2: 16. Такое приведеніе сложныхъ чиселъ въ первыя между собою Арифметическія щитающъ между сокращеніями *Итальянской практики*, къ коимъ присовокупяющъ также умноженіе, и дѣленіе разнородныхъ чиселъ, копорыя чрезъ множителей, или чрезъ части, короче рѣшатся; о чемъ выше сего уже сказано (§. 76, 77.).

З А Д А Ч А XXVII.

§. 174. Изъяснить правила и случаи тройнаго возвратительнаго правила.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Расположивъ данныя числа такъ, чшобъ на прешьемъ мѣстѣ было то, при которомъ дѣлается запросъ объ искомомъ, а изъ прошчихъ двухъ одно на первомъ, а другое на второмъ, и умноживъ два первые члена, произведеніе раздѣли на третій; частное число покажетъ искомой первой членъ (§. 119.). Случаи жъ сходствующъ съ шѣми, о копорыхъ въ предвѣдущей задачѣ упомянуто, только что въ самыхъ вещахъ употребляется возвращительное, или обратное содержаніе. На пр.

работ. дни работ.

40 ————— 24 ————— 60

будетъ 40. 24 = 960 : 60 = 16 дней.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели послѣдней членъ будетъ поставленъ на мѣстѣ перваго, то примѣръ рѣшится по тройному прямому правилу. Понеже какое содержаніе имѣютъ многіе работники къ не многимъ, такое будетъ имѣть и большее время къ меньшему. На пр.

60 : 40 = 24 : 16.

П Р И М Ѣ Ч А Н І Е.

§. 175. Повѣрка обшего тройнаго правила дѣлается обратно, то есть, найденное число вмѣсто даннаго, а данное вмѣсто искомаго принимается.

О П Р Е -

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 176. *Тройное правило сложное* (regula aurea composita) есть, по которому изъ пяти, семи, и ш. д. данныхъ членовъ находишься шестой, осьмой и проч. Также есть, или *прямое* (directa), въ которомъ всѣ сравниваемые вещи мѣются между собою прямыя содержанія, или *обратное* (inversa), когда входящѣ въ оное такія вещи, которыя имѣютъ обратное содержаніе.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 177. *Изъяснить сложное прямое правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Понеже въ такомъ примѣрѣ находишься столько прямыхъ пропорцій, сколько разъ можно въ ономъ отдѣлишь по два количества одинакаго роду; того ради и тройное правило употребляется столько же разъ. То есть, въ первомъ берутся однѣ вещи безъ обстоятельствъ и членъ одинакаго знаменованія съ искомымъ; во второмъ между двумя обстоятельствами на среднемъ мѣстѣ ставится найденной по первому четвертой членъ; въ третьемъ между другими двумя обстоятельствами на среднемъ же мѣстѣ ставится найденной по предъидущему расположенію членъ, и такъ далѣе: такимъ образомъ послѣднее часное число покажетъ искомое. На пр. 9 человекъ работниковъ въ 3 дни сдѣлають валъ 6 кубическихъ сажень; а 12 человекъ работниковъ въ 24 дни, сколькихъ сажень валъ сдѣлають? Сперва говори:

9	—	6	—	12	—	8 саж.
3	—	8	—	24	—	64 саж.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Корочежъ сдѣлается показанное рѣшеніе, ежели вещи умножаются на свои обстоятельство, и пошомъ чрезъ одно тройное прямое правило найденъ будетъ четвертой членъ; то есть, ежели 9 человекъ

вѣкъ работниковъ въ три дни сдѣлаютъ валъ 6 саж.; то, устроивъ ихъ число, 27 человекъ работниковъ совершатъ оное дѣло въ одинъ день, и 12 человекъ работниковъ въ 24 дни окончатъ то же дѣло, которое $12 \cdot 24 = 288$ могутъ совершить въ одинъ день. По чему будетъ такая пропорція:

27 ————— 6 ————— 288 ————— 64. иск. числ.

З А Д А Ч А XXIX.

§. 178. *Изъяснить сложное возвратительное правило.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ошдѣляя по два члена одинакаго роду, смотри, въ прямомъ ли, или въ обратномъ содержаніи каждая пара состоитъ съ шѣми количествами, изъ которыхъ одно есть искомое, и смотря по оному, взявъ прежде два члена значащіе вещь, расположи оныя съ подобнымъ искомому количеству по прямому, или по возвратительному правилу и найди четвертое пропорц. число. Потомъ изъ прочихъ ошдѣленныхъ паръ обстоятельствъ каждыя два располагай съ найденнымъ по предъидущему ближайшему расположенію четвертымъ пропорціональнымъ по прямому, или по возвратительному правилу, смотря по тому, въ какомъ содержаніи помянутыя количества состоятъ съ шѣми, изъ которыхъ одно есть искомое. Найденное такимъ образомъ послѣднее пропорц. число будетъ искомое. На пр. сказано уже выше сего (§. 171.), что обратное содержаніе дѣлается, когда число работниковъ сравнивается со временемъ; чего ради вопросъ, чрезъ предъидущую задачу рѣшенной, потчасъ подастъ примѣръ сложнаго обратнаго правила, ежели

жели переменѣнъ будетъ слѣдующимъ образомъ: когда 12 человекъ 64 сажени земли для валу наносятъ въ 24. дни; то спраш., во сколько времени 9 чел. работниковъ могутъ нанести 6 сажени? Поелику, сравнивъ число работниковъ со временемъ, видно, что работники со временемъ состоятъ въ обращенномъ содержаніи; того ради, въ силу рѣшенія, располагай данныя въ примѣрѣ количества и находи искомое число слѣдующимъ образомъ:

чел. 12 9 12 9 24 32

Пер. про. 9: 12 = 24 : 32 .

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 48 \\ 24 \\ \hline 9 \overline{) 288} 32 \end{array}$$

саж. 64 6 32 3

Втор. про. 64 : 6 = 32 : 3 . иском. число

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 64 \overline{) 192} 3 \\ 192 \\ \hline 0 \end{array}$$

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Ошдѣливъ попарно члены одинакаго знаменованія одни отъ другихъ, и поставивъ членъ одного роду съ искомымъ на прѣшемъ мѣстѣ, изъ прошчихъ ошдѣленныхъ количествъ каждая два располагай одни подъ другими, въ разсужденіи онаго, по тройн. прямому, или по возвращительному правилу, смотря по тому, въ какомъ содержаніи каждая два состоятъ съ шѣми, изъ которыхъ одно есть искомое.
2. Расположивъ такимъ образомъ данныя количества, умножь между собою всѣ на первыхъ мѣстахъ стоящія, и также умножь между собою стоящія на вторыхъ мѣстахъ.

Б

3.

3. Пошѣмъ къ первому произве снѣю, въпорому и къ количеству одного роду съ искомымъ найди четвер. пропорціональное число. Оное будетъ искомое. на пр.

бо Человѣкъ, въ 15 дней, работа въ день по 8 часовъ, вырыли каналъ шириною въ 5 саж. глубин. въ $1\frac{1}{2}$ саж. длиною во 180 саж.; спраш., во сколько времени 90 челов. выроютъ 240 саж. канала въ длину, котораго ширина 6 саж. а глубин. $1\frac{3}{4}$, работа въ день по 10 час.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{чел.} & \text{чел.} & \text{дн.} \\
 90 : 60 & - & \text{или } 3 : 2 \quad 15 : \\
 \text{чел.} & \text{чел.} & \\
 10 : 8 & - & 5 : 4 \\
 \text{саж.} & \text{саж.} & \\
 5 : 6 & - & 5 : 6 \\
 \text{саж.} & \text{саж.} & \\
 1\frac{1}{2} ; 1\frac{3}{4} & - & 6 : 7 \\
 \text{саж.} & \text{саж.} & \\
 180 : 240 & - & 3 : 4 \\
 \hline
 1,215,000 : 1,209,600 & = & 1350 : 1344 = \\
 = 225 : 224 & = & 15 \text{ дн.} : 14\frac{1}{13} \text{ дн. ш. с.} \\
 14\frac{1}{13} \text{ дн.} & = & 14 \text{ дн.} - 9\frac{1}{3} \text{ час.} \text{ иском. числ.}
 \end{array}$$

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLVI.

§ 179. *Правило товарищества, или складное* (Regula societatis, vel consortii) есть способъ данное число дѣлѣть на части другимъ даннымъ числамъ пропорціональныя. Дѣлимое число называется *общимъ*, а прочія просто *данными*.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§ 180. Чего ради, понеже большій барышъ, или накладъ дѣлается на того товарища, который имѣетъ право на большую долю изъ всей суммы, слѣдуетъ, что имѣя сумму, естъ

отъ которой барышѣ, или накладѣ сдѣлается, и количество барыша, или наклада, помощію сего правила найдется, сколько изъ барыша, или накладу достанется на того, которой въ сумму положилъ известную часть.

ЗАДАЧА XXX.

§. 181. Изъяснить правила, принадлежащія къ правилу товарищества.

РѢШЕНІЕ.

1. *Случай первой.* Когда однѣ складки, безъ даннаго времени сравниваются съ барышомъ: сложивъ оныя, говори: какъ вся сумма ко всему барышу, такъ часть суммы, или одна складка содержится къ долѣ барыша, соотвѣствующей взятой въ сравненіе части суммы; и сіе повторяй столько разъ, сколько есть складокъ. На пр.

А. 24.

В. 36.

бо сумма; а 12 барышѣ,

то говори: 1) $60 : 12 = 24 : 4\frac{2}{3}$ А, барышѣ.

2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{3}$ В, барышѣ.

2. *Случай второй.* Когда при складкахъ находятся разныя времена; то всѣ складки умножь на свои времена, и взявъ сумму произведеній, найди пропорціональную долю для каждой складки, ш. е. для каждаго произведенія, произшедшаго изъ числа внесенныхъ денегъ и времени, чрезъ повтореніе пропорціи столько разъ, сколько есть складокъ. Ибо явствуешь что чрезъ умноженіе складокъ на время, всѣ приводятся къ одному времени. Понезе, кто въ одинъ разъ положилъ

Е 2

въ складку извѣстную сумму на два года, шотѣ, ежели бы вдвое шого далѣ, въ одинѣ годѣ получилѣ бы шотѣ же барышѣ, поколику оной, какѣ здѣсь предполагается, одинакое приращеніе и убавленіе получаешѣ.

А. 24 . 3 год.

В. 36 . 6 год. барышѣ 18.

72

216

288 сумма

говори: 1) $288 : 18 = 72 : 4\frac{1}{2}$ барыш. А.
2) $288 : 18 = 216 : 13\frac{1}{2}$ барыш. В.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 182. Ежели произшедшія части общаго числа будучи сложенны въ одну сумму, составятѣ опять общее число: то сіе показываешѣ, что задача рѣшена вѣрно.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLVII.

§ 183. *Правило фальшивое (Regula falsi)* есть способѣ находить искомое число, помощію взятаго произволенію. Правило фальшивое раздѣляется на правило одного положенія, и правило двухѣ положеній. *Правило одного положенія* есть способѣ, помощію одного произволенію взятаго числа, находить искомое. *Правило двухѣ положеній* есть способѣ находить оное же помощію двухѣ по изволенію принятыхѣ чиселѣ.

Число принятое по изволенію вмѣсто искомаго называется *положеніемѣ (hypothesis)*.

З А Д А Ч А XXXI.

§ 184. Изъяснить правила принадлежащія къ правилу одного положенія.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Въмѣсто искомага взявъ по изволенію какое нибудь число, сдѣлай съ нимъ всѣ тѣ перемѣны, какія бы надлежало сдѣлать съ искомымъ, если бы оно было извѣстно, чтобы произошло данное въ задачѣ.
2. Если по симъ перемѣнамъ произшедшее число будетъ равно данному въ задачѣ; то принятое по изволенію будетъ искомое: въ прошивномъ случаѣ.
3. Къ найденному по порядку рѣшенія числу, къ положенію и къ даному въ задачѣ приищи четвертое пропорціональное. Оно будетъ искомое число. На пр.

Одинъ игрокъ проигравши $\frac{2}{7}$ и сверхъ того $\frac{3}{7}$ всѣхъ денегъ, которыя съ собою имѣлъ, возвращаясь домой, нашелъ, что у него еще отъ всѣхъ денегъ осталось 60 руб.; спраш., сколько съ нимъ было всѣхъ денегъ до начатія игры? Положимъ, что всѣхъ денегъ у него было 140 руб., то будетъ

$$140 \times \frac{2}{7} = 56 \text{ руб. } 140$$

$$140 \times \frac{3}{7} = 60 \quad 116$$

$$116$$

24. найд. по поряд.
рѣш. число.

И такъ 24: $140 = 60$
60

$$24 \overline{) 8400} \quad 350 \text{ иском. числ.}$$

$$72$$

$$120$$

$$120$$

$$0$$

З А Д А Ч А XXXII.

§ 185. Изъяснить правило двухъ положеній.

Е 3

РѢ.

Р Ъ Ш Е Н І Е.

1. Вмѣсто искомаго числа, взявъ два какія нибудь по изволенію, поступай съ каждымъ такъ, какъ въ предвѣдущей задачѣ показано.
2. Если оба найденныя по порядку рѣшенія числа будутъ больше даннаго въ задачѣ: то въ такомъ случаѣ изъ cadaго вычти данное въ задачѣ и замѣнь погрѣшности, такъ называемыя, *превосходящія* (ergo res Per excessum), означивъ каждую знакомъ (—): естли же оба произшедшія по порядку рѣшенія числа будутъ меньше даннаго въ задачѣ; то каждое вычти изъ даннаго въ задачѣ и замѣнь погрѣшности, которыя въ семъ случаѣ называются *недостаточными* (ergo res per defectum) и означающіяся знакомъ (—): буди же одно будетъ больше, а другое меньше даннаго; то изъ большаго данное; а изъ даннаго въ задачѣ меньшее вычти, замѣнь также найденныя погрѣшности, означивъ каждую приличнымъ ей знакомъ, а потомъ поступай слѣдующимъ образомъ:
3. *Пер. случ.* Естли найденныя погрѣшности будутъ одинакія; то, написавъ каждую подъ соотвѣствующимъ ей положеніемъ, умножь первое положеніе на погрѣшность втораго положенія, а второе положеніе на погрѣшность перваго, и потомъ разность сихъ произведеній раздѣли на разность погрѣшностей. Частное число будетъ искомое.

Втор. случ. Естли найденныя погрѣшности будутъ не одинакія; то, поступивъ прежде съ оными и съ положеніями такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано, раздѣли сумму произведеній на сумму погрѣшностей. Найденное такимъ образомъ число будетъ искомое.

При-

Примѣръ на первой случай:

Трое имѣли по нѣскольку денегъ; у перваго со вторымъ было 90 руб., у втораго съ третьимъ было 140 руб. у перваго съ третьимъ было 110 руб.; спраш., по сколько у каждого денегъ было?

Положимъ, что первой имѣлъ 20 руб. то второго деньги будутъ $= 90 - 20 = 70$ руб., а третьего 140 $- 70 = 70$ руб. И такъ сумма денегъ перваго и третьего будетъ $20 + 70 = 90$, а должна быть $= 110$ руб. По чему погрѣшность будетъ недостаточествующая, ш. е. $110 - 90 = 20$. Положимъ опять, что у перваго было 24 руб.; то второго деньги будутъ $= 90 - 24 = 66$, а третьего $= 140 - 66 = 74$; слѣд. сумма денегъ перваго и третьего будетъ $= 98$, ш. е. погрѣшность опять будетъ недостаточествующая $= 110 - 98 = 12$. Почему искомое число, по первому случаю, найдется слѣдующимъ образомъ:

Перв. полож. 20 втор. пол. 24

$$\begin{array}{r} \text{— } 20 \text{ X } \text{— } 12 \\ 20 \quad 480 \quad 240 \\ \text{— } 12 \text{ — } 240 \end{array}$$

8 8 240|30 столь. руб. и мл. пер.

$$\begin{array}{r} 90 \\ 30 \\ \hline 60 \text{ руб. столько втор.} \\ 140 \\ \hline 80 \text{ руб. столько третій.} \end{array}$$

Примѣръ на второй случай.

Нѣкто нанялъ на годъ слугу съ такимъ договоромъ, что бы за каждой день, въ которой онъ будетъ по надлежащему работать, платили ему по

Б 4 18

18 коп., а за каждой день, въ которой онъ не исполнитъ своей должности, вычитать у него по 12 коп.; по прошествіи же года, сдѣлавъ расчетъ, нашли, что одинъ другому ни чѣмъ не были должны; и такъ спраш., сколько дней слуга работалъ и сколько прогулялъ?

Легко можно видѣть, что здѣсь требуется раздѣлить 365 дн. на двѣ такія части, что бы, по умноженіи одной изъ оныхъ на 12, а другой на 18, произведенія произошли равныя. По чему задача рѣшится слѣдующимъ образомъ:

Положимъ что слуга работалъ 120 дн.: то буд. $120 \times 18 = 2160$, и $365 - 120 = 245 \times 12 = 2940$; а должно бытъ 2160, т. е. погрѣшность будетъ превосходящая $= 2940 - 2160 = +780$. Положимъ опять, что слуга работалъ 200 дн.; то будетъ $200 \times 18 = 3600$, и $365 - 200 = 165 \times 12 = 1980$, а должно бытъ 3600, т. е. погрѣшность будетъ недостаточествующая $= 3600 - 1980 = -1620$. И такъ задача рѣшена будетъ по втор. случ. слѣдующимъ образомъ:

Пер. пол. 120	втор. пол. 200
$+ 780$	$- 1620$
<u>1620</u>	<u>156000</u>
780	194400
<u>2400</u>	<u>350400</u>
24	
110	365
<u>96</u>	<u>146</u>
144	219

столько дн. слуга работалъ

столько дн. не работалъ,

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 186. Правило двухъ положеній предъ правиломъ одного положенія имѣетъ то преимущество, что всѣ задачи, къ правилу Фальшивому принадлежащія, помощію оного рѣшены бытъ могутъ,

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§ 187. *Правило смѣшенія* есть способъ находить, по скольку частей опредѣленной мѣры вещей разныхъ цѣнъ взявъ надлежитъ, чтобы такая же мѣра смѣшенія была средней цѣны.

ПРИМѢЧАНІЕ.

Сіе правило имѣетъ свое употребленіе въ экономіи Физикъ, Медицинъ, и проч.

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§ 189. Слѣдовательно данная . или по изволенію положенная цѣна смѣшенія не можетъ быть равна которой нибудь изъ данныхъ цѣнъ, ни больше, или меньше всѣхъ порознь взятыхъ; но должна быть средняя между ими такъ, чтобы нныя были больше ея, а другія меньше.

З А Д А Ч А XXXIII.

§. 190. *Изъяснить правило смѣшенія.*

Перв. случ. Если дано будетъ смѣшать вещи двухъ цѣнъ такимъ образомъ, чтобы смѣшеніе было средней данной цѣны: то

- 1) Данныя цѣны написавъ одну подъ другою, а среднюю по изволенію положенную поспорону оныхъ съ лѣвой руки, меньшую цѣну вычти изъ средней, и разность поставь противъ большей цѣны съ правой руки, а среднюю вычтя изъ большей, разность поставь противъ меньшей цѣны съ правой же руки.
- 2) Потомъ сложивъ сіи разности, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ и къ каждой разности найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя такимъ образомъ четвертыя пропорціональныя числа покажутъ искомыя части шой мѣры, которой каждой вещи цѣна объявлена, составляющія такую же мѣру смѣшенія средней цѣны.

На пр.

Требуется смѣшавъ серебро и золото, изъ которыхъ перваго золоти́къ стои́тъ 25 коп., а другаго золоти́къ же 250 коп. такимъ образомъ, чтобъ смѣшенія золоти́къ сто́ялъ 170 коп.; и такъ спрашивается, по ско́льку часше́й золоти́ка какъ того, такъ и другаго металла надлежи́тъ взять въ смѣшеніе?

Вопросъ рѣши́тся такимъ образомъ:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 80 \\ 170 & \\ 250 & 145 \end{array}$$

$$25 : 1 = 80 : \frac{16}{45} \text{ золоти́. столько серебр.}$$

$$\hline = 145 : \frac{29}{45} \text{ золоти́. столько золота}$$

взять надлежи́тъ въ смѣш.

Второй случ. Еслии требуется смѣшавъ нѣсколько вещей больше́й цѣны съ такимъ же числомъ вещей меньше́й цѣны, ш. е. еслии дано будетъ обо́ихъ по равному числу; то въ такомъ случаѣ надлежи́тъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1) Данныя цѣны написавъ одни подѣ другими такимъ образомъ, чтобъ сперва были больше́я, а потомъ меньше́я, или на оборотѣ, а среднюю поставивъ по сторону оныхъ съ лѣвой руки, вычѣи которую нибудь меньше́ую цѣну изъ средней и разность поставъ противъ которой нибудь больше́ей, изъ которой вычѣи среднюю, разность поставъ противъ той меньше́ей, которую предѣ симъ принималъ въ вычитаніе. Потомъ взявъ другую меньше́ую цѣну и другую больше́ую, поступи́ай съ ними такъ же какъ съ первыми, и такъ далѣе.

2) Всѣ найденныя разности сложивъ, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ и къ каждой разности найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя четвер-

вершья пропорц. числа покажутъ искомыя части составляющія такую же мѣру смѣшенія средней произволению положенной цѣны. На пр.

Нѣсколько винъ разной цѣны, изъ которыхъ одного бушылка по 25 коп. другаго по 45 коп. третьяго по 60 четвертаго 100 коп. пятаго по 150 коп. шестаго по 250 коп. требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобы смѣшаннаго бушылка стояла 80 коп.; спраш. по скольку частей бушылки каждаго надлежитъ взять въ смѣшеніе?

Вопросъ рѣшится слѣдующимъ образомъ:

25	170	370 : 1	=	170 : $\frac{17}{37}$	спол. част. буш. перв.
45	70	_____	=	70 : $\frac{7}{37}$	спол. _____ втор.
60	20	_____	=	20 : $\frac{2}{37}$	_____ третьяго
80					
100	20	_____	=	20 : $\frac{2}{37}$	_____ четвер.
150	35	_____	=	35 : $\frac{7}{4}$	_____ пятаго
250	55	_____	=	55 : $\frac{11}{4}$	_____ шестаго
<hr/>					
	370				

Третій случ. Если требуется смѣшать нѣсколько вещей большей цѣны, и нѣсколько вещей меньшей цѣны, и дано будетъ или больше вещей меньшей цѣны, а меньше большей, или на оборотъ; то:

1. Расположивъ цѣны такъ, какъ въ предъидущихъ случаяхъ показано, и отъ большаго числа цѣнъ отдѣливъ столько, сколько другихъ дано, съ отдѣленными и съ шѣми цѣнами, коихъ меньше дано, поступай такъ, какъ во втор. случаѣ показано, ш. с. находи равнѣсн и располагай оныя по первому пункту онаго случая.
2. Потомъ отъ меньшаго числа цѣнъ отдѣливъ столько, сколько осталось отъ большаго числа цѣнъ

цѣнѣ, поступай опять съ послѣдними и съ ошдѣленными по тому же случаю, т. е. находи и располагай разности, какъ противъ оставшихся цѣнѣ, такъ и противъ ошдѣленныхъ, такъ, какъ предѣ симѣ сказано, не смотря на то, что противъ послѣднихъ разности однажды уже написаны.

3. Наконецъ всѣ противъ цѣнѣ поставленные разности сложивъ, къ суммѣ ихъ, къ единицѣ, и къ разности, или къ суммѣ разностей противъ каждаго числа поставленныхъ, найди чет. проп. числ. Найденныя числа, какъ прежде, покажутъ искомыя части составляющія вещь средней цѣны. На пр.

Нѣсколько винъ, изъ которыхъ одного бушылка стоить 20 коп, другаго 25 коп, третьяго 35 коп, четвертаго 40 коп, пятаго 80 коп, шестаго 130 коп, требуется смѣшать такимъ образомъ, чтобъ смѣшенія бушылку можно было продавать по 65 коп; спраш, по скольку частей бушылки каждаго надлежитъ взять въ смѣшеніе?

Найдемся такимъ образомъ:

20	65 =	65 · 300 : 1 =	$65 : \frac{1}{300}$	стол. част. перв.
25	15 =	15 — =	$15 : \frac{1}{20}$	втор.
35	65 =	65 — =	$65 : \frac{1}{30}$	трет.
40	15 =	15 — =	$15 : \frac{1}{20}$	четвер.
65				
80	25 + 40 = 65	— =	$65 : \frac{1}{30}$	пят.
130	30 + 45 = 75	— =	$75 : \frac{1}{50}$	шестаго.
		300		

ПРИМѢЧАНІЕ. 1.

- §. 191. Повѣреніе задачи на правило смѣшенія сдѣлано будетъ; если каждую изъ найденныхъ частей умно-

живѣ на цѣну соотвѣствующаго цѣлаго, произшедша произведенія сложишь. Ибо еслии сумма произведеній будетъ разна произволению положенной средней цѣны; то безъ сомнѣнія заключить можно, что задача рѣшена вѣрно. Надобно также наблюдать и то, чшобѣ сумма найденныхъ частей составляла цѣлое.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 192. Можно такъ же по правилу смѣшенія найти, сколько въ какомъ нибудь слиткѣ, состоящемъ изъ извѣстныхъ металловъ, находится каждаго металла порознь, предположивъ, что металлы находящіеся въ смѣшеніи такое же занимаютъ пространство, какое занимали, не бывъ, смѣшаны съ другими. Для сего надлежитъ только знать, или, помощію извѣстнаго идростатическаго опыта, опредѣлить, какую часть своего вѣсу теряетъ въ водѣ каждой металлъ изъ взятыхъ въ мѣшеніе. Потомъ нашедши по тройному правилу, сколько вѣсу потерялъ бы въ водѣ каждый металлъ, еслии бы его было вѣсомъ столько, сколько вѣситъ данной слитокъ, и принявъ потерянные въ водѣ вѣсы металлами за данныя цѣны, а потерянной вѣсѣ слиткомъ за среднюю цѣну, поступай съ ними такъ, какъ показано въ предвѣдущихъ задачахъ, т. е. къ суммѣ разностей, къ вѣсу даннаго слитка и къ каждой разности порознь найди четвертое геом. пропорціональное число. Найденныя числа покажутъ, сколько вѣсомъ каждаго металла въ данномъ слиткѣ находится. На пр.

Спраш., сколько въ слиткѣ вѣсомъ въ 120 фунт. состоящемъ изъ олова и свинцу, которой теряетъ въ водѣ вѣсу 14 фунт., находится свинцу, и сколько олова?

Найдется такимъ образомъ:

Извѣстно, что 37 фунт. олова теряетъ въ водѣ 5 фунт., а 23 фунта свинцу теряетъ 2 фунт. и такъ

37:5 = 120:600 споль. помер. вѣсу 120 ф. ол.

23:2 = 120:240 - - - - - 120 ф. свинц.

	851	23		851
600				
37	13800			3034
14				
240				
23	8880			1886
				4920

851 11914.4920:120 = 3034:74 ф. спол. ол. вѣ сл.
 14 8880
 3404 3034
 851 11914 13800 4920:120 = 1886:46. фун. сполько
 11914 1886 свинцу вѣ слипкѣ.
 851 11914
 1886

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 193. Задачи сего роду повѣряются такъ, какъ и прочія принадлежащія къ правилу смѣшенія.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

О

ЛОГАРИТМАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIX.

§. 194.

§. 194. *Логарифмами* (Logarithmi) называются равно-разнствующія числа, которыя начинаются отъ нуля, увеличиваются единицею, и къ числамъ не-пре-

прерывно пропорціональнымъ, начинающимся отъ единицы, присовокупляюща. На пр.

Логариемы 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Пропорц. числа 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 195. Наименованіе логариема, будто бы *логарифмъ*, (показаніе числа) весьма прилично, потому что чрезъ логариемы показывается разстояніе пропорціональныхъ чиселъ отъ единицы. Ибо 1 есть логарифмъ перваго пропорціональнаго числа отъ единицы, 2 есть логарифмъ втораго числа отъ единицы, и такъ далѣе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 196. Суммажъ логариемовъ производитъ между логариемами такое число, между которыми и нулемъ сложенные два числа суть среднія. Понеже въ равноразнствующихъ, или въ непрерывныхъ Арифметическихъ пропорціональныхъ числахъ, сумма среднихъ равняется суммѣ крайнихъ (§. 103.).

ТЕОРЕМА XII.

§. 197. Сумма логариемовъ производитъ логарифмъ произведенія двухъ пропорціональныхъ чиселъ.

Д О К А З А Т Е Л Ъ С Т В О.

Понеже въ умноженіи, какое содержаніе къ множителю имѣетъ единица, такое есть и множимаго числа къ произведенію (§. 57.); того ради явствуетъ, что въ такой пропорціи два множителя будутъ два среднія числа между единицею и произведеніемъ (§. 114.). Но прежде сказано, что логариемы, будучи сложены, показываютъ такое число, между которыми и нулемъ сложенные два числа суть среднія (§. 196.); слѣдовательно, когда нуль есть логарифмъ единицы (§. 194.), такія среднія равноразнствующія числа соотвѣтствуютъ двумъ среднимъ пропорціональнымъ числамъ между единицею и произведеніемъ; и понеже единица не умножаетъ (§. 57.): то произведеніе соотвѣтствуетъ суммѣ тѣхъ логариемовъ, кои надписаны надъ множителями.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 198. Обратнѣ въ дѣленіи, когда вычтешь логарифмъ дѣлителя изъ логарифма дѣляимаго: то останется логарифмъ частнаго числа; потому что дѣлитель, будучи умноженъ на частное число, производитъ дѣлимое (§. 66.).

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 199. И понеже квадратное число происходитъ изъ умноженія радикала самаго на себя (§. 158.), и множители его суть равные: того ради половиной логарифмъ квадрата будетъ логарифмъ радикала. Или логарифмъ радикала надлежитъ удвоить, чтобъ произошолъ логарифмъ квадрата.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 3.

§. 200. Равнымъ образомъ, понеже кубъ имѣетъ трехъ равныхъ множителей (§. 163), прѣшья часть его логарифма покажетъ логарифмъ радикала, и упрощенной логарифмъ радикала покажетъ логарифмъ кубическаго числа.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 201. Наконецъ въ тройномъ прямомъ правилѣ, гдѣ два послѣдніе члена умножаются между собою, и произведеніе изъ того дѣлится на первой членъ, ежели можно употреблять логарифмы: то должно сложить логарифмы двухъ послѣднихъ чиселъ, и изъ суммы ихъ вычестъ логарифмъ перваго, остатокъ покажетъ логарифмъ четвертаго пропорціональнаго числа.

П Р И М Ъ Ч А Н І Е.

§. 202. Свойства логарифмовъ давно уже извѣстны были Мих. Спиффелію, кошорой и изъяснилъ оныя въ Ариметикѣ кн. 1. гл. 4. кн. 3. гл. 5. См. Вольф. лексик.-Матем. или Логар. Однакожъ, дабы сіе свойство полезно было, и способствовало для облегченія умноженія и дѣленія большихъ чиселъ, учинилъ по первой 10. Неперъ, Баронъ Шотландской, коего описаніе удивительнаго канона логарифмовъ издано въ Эденбургѣ 1614. год' 4. (хотя Кеплеръ въ предвѣд. Таб. рудольф. гл. 3. и утверждаетъ, что Юстъ Виргій за многіе годы до Неперіанова изда-

тія зналъ изобрѣшеніе и употребленіе логариемовъ ; но какъ былъ онъ медлительной человекъ, то оставилъ плодъ въ самомъ произращеніи. По томъ по совѣту Неперову , Генр. Бриггій , Проф. Оксфуртской, логариемы привелъ въ лучший порядокъ, и двашцать тысячъ оныхъ издалъ въ логариемической Ариеметикѣ, кои наконецъ Адр. Улаккѣ болѣе размножилъ, и сто тысячъ логариемовъ издалъ въ Гудѣ 1628. год. въ листѣ, подѣ именемъ логарифмической Ариеметики. Да и самъ Улаккѣ, и послѣ его Страухій, и другіе издали въ таблицахъ сокращеннѣйшіе логариемы, какъ простыхъ чиселъ, такъ синусовъ и тангенсовъ, какія при концѣ сей книги и предложены. Но чтобъ способъ, по которому логариемы сыскиваны, извѣстенъ былъ, кратко объ ономъ предложено будетъ въ слѣдующей задачѣ.

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 203. Найти логариѣмъ десяти.

РѢШЕНІЕ.

1. Возьми пропорціональныя числа, имѣющія непрерывное десятерное содержаніе, съ надписанными логариѣмами.

0. 1. 2. 3.

1. 10. 100. 1000. и проч.

2. По томъ увеличь верхнія и нижнія числа нѣсколькими нулями, дабы дробі, коихъ здѣсь миновашъ не можно, какъ малѣйшія частицы большихъ чиселъ, опущены бытъ могли.

0. 00000000 1. 00000000

1. 00000000 10. 00000000

3. Между пропорціальными, первымъ и послѣднимъ числомъ, то есть между единицею и десятью, найди среднее число, умноживъ сіи числа самихъ на себя, и изъ произведенія ихъ извлеки квадрашной радикасъ (§. 118. 154.), сверхъ шого возьми

ЖЕЛАНІЕ СЕБѢ Сум-

сумму логариѣмовъ 0,00000000 и 1,00000000; половина ея покажетъ логариѣмъ перваго средняго пропорціональнаго числа (§. 103. 194.).

4. Но понеже оное среднее число, чрезъ извлеченіе радикала найденное 31622777, далеко еще отъ девяти, столько же, какъ и два крайнія числа, нулей при себѣ имѣющаго 9. 00000000, отстоишь, и онаго гораздо меньше; того ради между онымъ и крайнимъ большимъ 10. 00000000, опять такимъ же, какъ показано, образомъ можно находишь среднее число, и ему соотвѣтствующій логариѣмъ, и такое дѣйствіе продолжать до тѣхъ поръ, пока не найдешь дватцать девять среднихъ чиселъ и ихъ логариѣмовъ, и число девять съ столькими, сколько два крайнія числа имѣютъ; нулями 9. 00000000 не выдешь; сего числа логариѣмъ 0. 95424251 надлежитъ почитать за логариѣмъ девяти:

П Р И Б А В Л Е Н І Е.

§. 204. О числахъ, которыя въ нѣкоторыя время, предпринявъ рѣшеніе продолжительной сей задачи по примѣру другихъ, о которыхъ Гамбергеръ, прежде сего бывшей въ Іенской Академіи Сл. Профессоръ Математики, и мой учитель, оказавшій мнѣ въ моихъ наукахъ великое одолженіе сообщалъ мнѣ благосклоно, я нашелъ, объявлено мною въ диссертациіи събъ анализикъ плоск. треугол. стран- 10 и 11.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 205. Равнымъ образомъ находится логариѣмъ двухъ исемн.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 4.

§. 206. Когдажъ будутъ даны логариѣмы чиселъ 1. 2. 7. 9. 10: то прочихъ знаковъ, которые состоятъ между этими числами логариѣмы удобно изъ сихъ составляются.

Ибо 9 есть квадратъ трехъ, и половина логарифма сего числа покажетъ логарифмъ трехъ (§. 199.); $10: 2 = 5$, и потому вычешши логарифмъ двухъ изъ логарифма десяти, останется логарифмъ пяти (§. 198.); логарифмъ шести составляетъ изъ сложения логарифмовъ 3 и 2, понеже $3 \cdot 2 = 6$ (§. 197.); наконецъ логарифмъ восьми происходитъ изъ сложения логарифмовъ 2 и 4, понеже $2 \cdot 4 = 8$ (§. 197.). Равнобѣрное облегченіе получается и въ продолженіи изобрѣтенія другихъ логарифмическихъ чиселъ, что все явствуетъ изъ свойства логарифмовъ, въ началѣ сей главы изъясненнаго.

О П Р Е Д Ъ Л Е Н І Е XLVIII.

§. 207. Знакъ Характеристической (Nota characteristica) логарифмовъ есть первое число, которое опредѣляется отъ прочихъ точкою, и показывается къ какому классу, на пр. единицъ, десятковъ, сотенъ и прч. принадлежитъ данной логарифмъ.

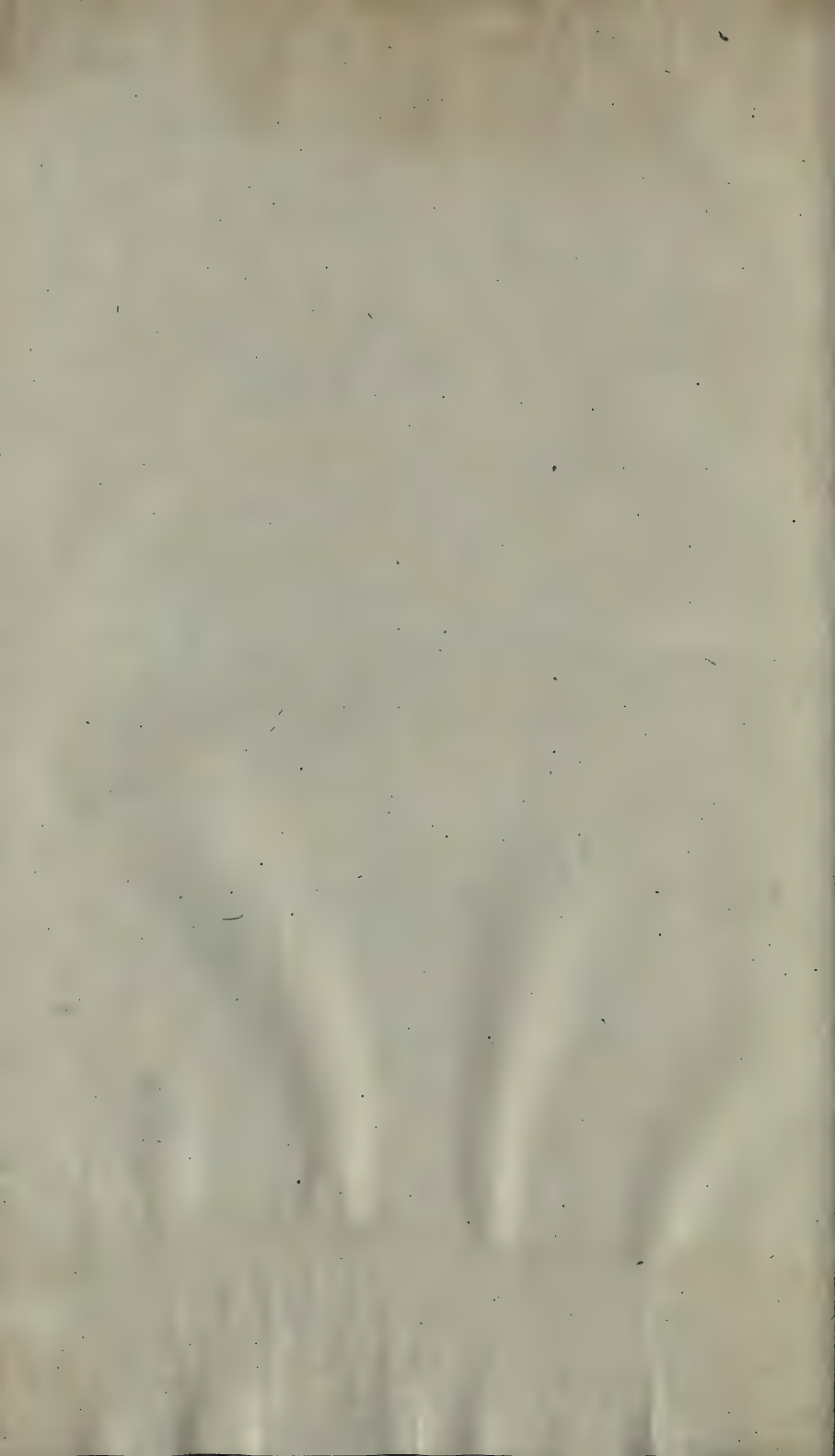
П Р И Б А В Л Е Н І Е 1.

§. 208. То есть, наблюдая десятирную пропорцію, въ единицы до десяти, имѣютъ вмѣсто характеристики нули, отъ десятковъ же до ста логарифмы начинаются съ единицъ; отъ сотенъ до тысячи единицъ характеристика есть два, и такъ далѣе.

П Р И Б А В Л Е Н І Е 2.

§. 209. Чего ради числа, которыя на концѣ увеличиваются нулемъ, разнствуютъ между собою только характеристикою. На пр. 6 есть логарифмъ 0. 7781512, логарифмъ же 60 будетъ 1. 7781512.

К О Н Е Ц Ъ.



ГПБ Русский фонд

18.79.2.66.